

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ

Fakulta elektrotechnická

katedra elektromagnetického pole

Difrakce na klínu

Diplomová práce

Vedoucí práce: Doc. Ing. Pavel Pechač, Ph.D.
Diplomant: Pavel Valtr

leden 2004

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci *Difrakce na klínu* vypracoval samostatně a použil k tomu literaturu, kterou uvádím v seznamu.

.....

V Praze 23.01.2004

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu práce Doc. Ing. Pavlu Pechačovi, Ph.D. za připomínky a usměrňování během práce a Ing. Hynku Bártíkovi, Ph.D. za pomoc při měření v anténní komoře.

Obsah

Abstract	iii
Úvod	1
1. Teorie	2
1.1 Základní principy	2
1.2 Kirchhoffova skalární difrakční teorie	3
1.3 Difrakce na ostrém břitu	4
1.4 Geometrická optika	7
1.5 Geometrická teorie difrakce	8
1.5.1 Dopad rovinné vlny na překážku	8
1.5.2 Dopad kulové vlny na překážku	12
1.6 Uniformní geometrická teorie difrakce	13
1.6.1 Výpočet difraktovaného pole vodivého klínu	14
1.6.2 Výpočet odraženého pole kulové vlny na zakřivené překážce	18
1.6.3 Výpočet difraktovaného pole dielektrického klínu	21
2. Modelování	22
2.1 Program na výpočet pole v okolí klínu	22
2.2 Výpočet pole v okolí klínu	23
2.3 Vyzařovací charakteristiky klínu	26

3. Měření	31
3.1 Měření na aparatuře 25 GHz.....	31
3.2 Měření v anténní komoře.....	32
3.3 Naměřené hodnoty a porovnání s výpočtem.....	34
Závěr	43
Literatura	44
Přílohy	45
A. Odvození vztahu pro difrakci na ostrém břítu	45
B. Odvození vztahů pro vlnoplochu a paprsek.....	48
C. Popis programu	51

Abstract

Electromagnetic diffraction plays a role in electromagnetic wave propagation and scattering. In this work a brief insight into a diffraction theory is presented with an aim on using Geometrical theory of diffraction and Uniform theory of diffraction for treating diffracted field on both perfectly conducting and dielectric wedge. A Matlab program was created to evaluate field around the wedge and comparisons with measured values were made for both perfectly conducting and dielectric wedge.

Key words: diffraction, GTD, UTD, radiowave propagation

Elektromagnetická difrakce hraje roli při šíření a rozptylu elektromagnetických vln. V této práci je poskytnut stručný náhled na teorii difrakce se zaměřením na Geometrickou a Uniformní teorii difrakce a jejich použití pro případ vodivé a dielektrické překážky ve tvaru klínu. Byl vytvořen program v jazyce Matlab, který počítá pole v okolí překážky a byla provedena porovnání teoretických a naměřených hodnot pro vodivý i dielektrický klín.

Klíčová slova: difrakce, GTD, UTD, šíření vln

Úvod

Cílem této práce je objasnit problematiku výpočtu difrakce na překážce ve tvaru klínu metodami Geometrické teorie difrakce a Uniformní teorie difrakce. Dále vytvořit program v jazyce Matlab, počítající difrakci na klínu, ověřit vypočítané hodnoty měřením a výsledky podat ve formě vyzářovacích charakteristik pro použití v modelech šíření signálu v zástavbě.

Geometrická teorie difrakce byla poprvé publikována v roce 1962 a od té doby došlo k množství jejích rozšíření a vylepšení. Jedním z nich je právě Uniformní geometrická teorie difrakce. Obě metody byly původně vytvořeny pro vodivý klín a doposud vzniklo několik úprav Uniformní teorie difrakce, které uvažují i překážku konečné vodivosti.

Geometrická a Uniformní teorie difrakce patří mezi tzv. metody skalární. Druhá skupina metod výpočtu difrakce, tzv. vektorové metody, je v textu pouze zmíněna formou odkazů.

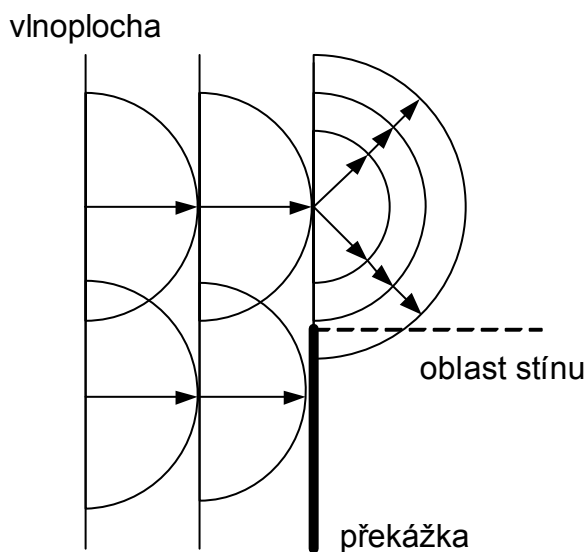
1. Teorie

1.1 Základní principy

Význam pojmu difrakce je podle [8] “Jakékoliv vychýlení světelných paprsků ze své dráhy, které nemůže být interpretováno jako odraz nebo lom“. K jevu difrakce dochází v případě kdy jakákoliv vlna, elektromagnetická, zvuková nebo třeba vlna na vodě, přichází do styku s překážkou.

V mikrovlnné oblasti elektromagnetického spektra difrakce způsobuje, že se vlna částečně šíří i v oblasti za překážkou, kde není přímá viditelnost mezi vysílačem a přijímačem. Toho se využívá zejména v mobilní rádiové komunikaci, kde jsou těmito překážkami především budovy, terénní nerovnosti, lesní porost, apod. Jev difrakce je tím výraznější, čím větší je vlnová délka.

Podstata difrakce vyplývá z Huygensova principu, podle kterého každý bod na vlnoploše kulové vlny je sám zdrojem kulové vlny a konstrukcí obálky takto vzniklých vlnoploch se dostane vlnoplocha původní vlny v budoucím čase, obr.1.1. Samotný



Obr. 1.1 Huygensův princip a difrakce

Huygensův princip ale k přesnému výpočtu difrakce nestačí, protože neuvažuje podmínky na rozhraní překážky a vektorovou povahu vlny.

K řešení problémů difrakce se používají dva druhy metod, skalární a vektorové. Mezi skalární metody patří Kirchhoffova formulace Huygensova principu, neboli Kirchhoffova skalární difrakční teorie, Rayleigh-Sommerfeldova teorie a metody vycházející z geometrické optiky – Geometrická teorie difrakce a Uniformní teorie difrakce. Mezi vektorové způsoby počítání difrakce patří výpočet podle Franzových [8,9-kap.16,10] a Stratton-Chu vztahů [9-kap. 16]. Rozdíl v těchto metodách je ten, že skalární metody počítají s řešením vlnové rovnice ve skalárním tvaru a vektorové metody berou toto řešení ve tvaru vektorové funkce.

1.2 Kirchhoffova skalární difrakční teorie

Tato metoda vychází z řešení vlnové rovnice použitím Greenovy věty [8,10], kde se počítá s řešením homogenní Helmholtzovy rovnice

$$\nabla^2 v + k^2 v = 0 \quad (1.1)$$

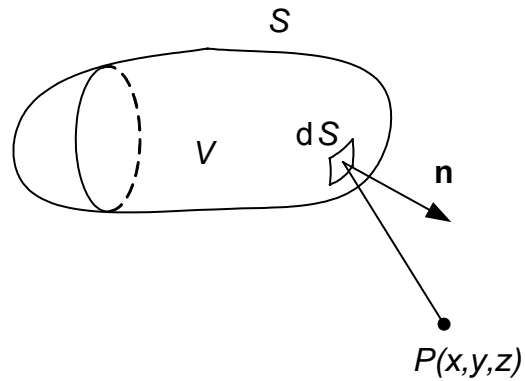
Ve tvaru [10]:

$$v = \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (1.2)$$

Vztah (1.2) představuje skalární kulovou vlnu a tím neuvažuje polarizaci vlny. Řešení vlnové rovnice má potom tvar [10]:

$$u(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[u \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) - \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\partial u}{\partial n} \right] dS \quad (1.3)$$

což je tzv. Kirchhoffův integrální teorém, obr. 1.2. Všechny zdroje pole jsou soustředěny do objemu V .

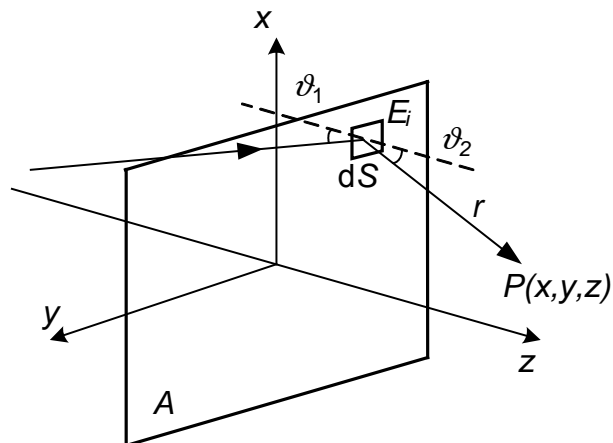


Obr. 1.2 Kirchhoffův integrální teorém

Úpravou (1.3) se dostane výraz pro výpočet velikosti intenzity pole \mathbf{E} vlivem difrakce na apertuře v bodě v prostoru ve tvaru [8,10,11]:

$$E(P) = \frac{jk}{4\pi} \iint_A (\cos \vartheta_1 + \cos \vartheta_2) E_i \frac{e^{-jkr}}{r} dS \quad (1.4)$$

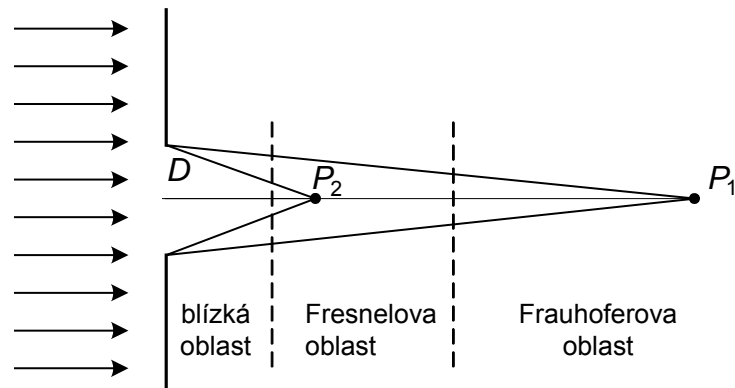
kde A v tzv. Kirchhoffově difrakčním vzorci je plocha apertury, E_i je velikost intenzity v bodě apertury, ϑ_1 a ϑ_2 jsou úhly podle obr. 1.3.



Obr. 1.3 Výpočet podle Kirchhoffova difrakčního vzorce

1.3 Difrakce na ostrém břitu

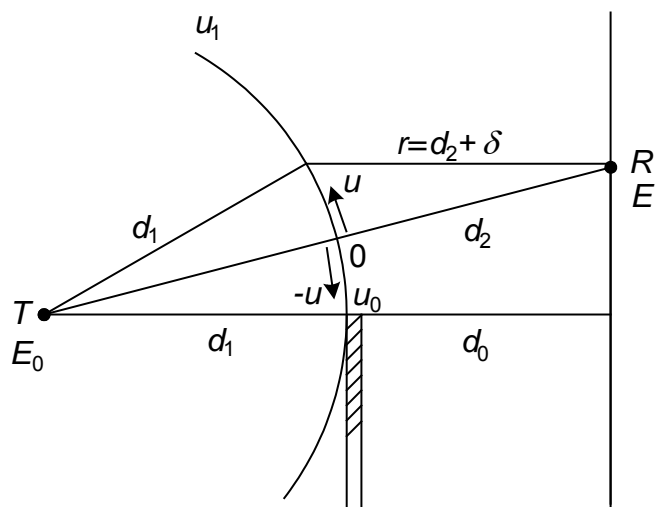
V závislosti na vzdálenosti od apertury se rozlišují dvě oblasti výpočtu difrakce – Fresnelova a Frahoferova. V každé z těchto oblastí se dají použít jiné zjednodušující předpoklady výpočtu vztahu (1.4). Fresnelova a Frahoferova oblast jsou na obr.1.4 [7].



Obr. 1.4 Fresnelova a Frauhoferova oblast

V případě Frauhoferovy oblasti je bod P_1 tak daleko od apertury šířky D , že všechny paprsky jsou téměř paralelní a všechny přicházejí do bodu P_1 se stejnou fází a amplitudou. Bod P_2 leží v oblasti, kde amplituda $1/r$ je stále pro všechny paprsky stejná, ale mění se fáze jednotlivých příspěvků apertury. V blízké oblasti je rozdílná jak amplituda tak fáze jednotlivých příspěvků. Pokud je vzdálenost bodu od apertury velká, ale na apertuře je různé rozložení fáze vlivem malé vzdálenosti zdroje od apertury, tak výpočet spadá do Fresnelovy oblasti.

Výpočet difrakce na ostrém břitu podle obr.1.5 [7] odpovídá uspořádání ve Fresnelově oblasti. Zdroj pole je v bodě T , uvažuje se, že se od zdroje šíří vlnová vlna, aby se dalo uspořádání považovat za dvourozměrné. Překážka je vodivá a nekonečně rozlehlá. Úkolem je spočítat intenzitu pole v bodě příjmu R v závislosti na výšce překážky vzhledem ke spojnici bodů T a R .



Obr. 1.5 Difrakce na ostrém břitu

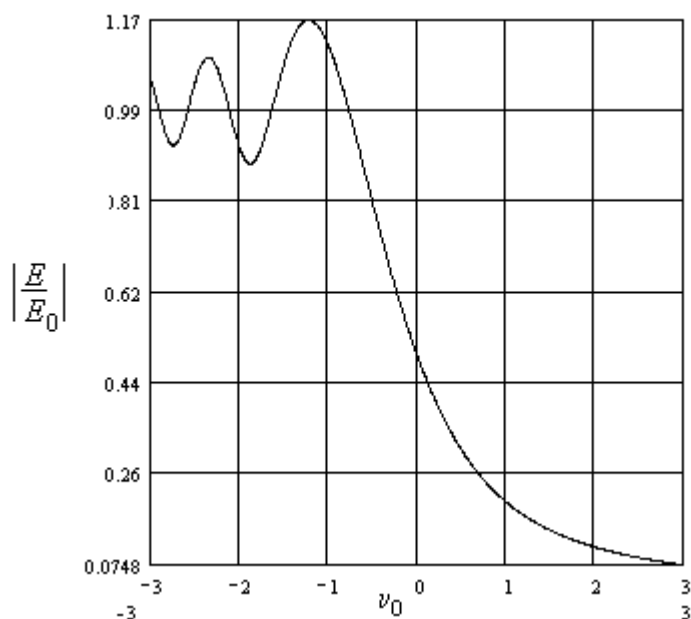
Výsledná velikost intenzity v bodě R se spočítá jako (odvození viz Příloha A):

$$E = \frac{E_0}{2}(1 + j) \int_{v_0}^{\infty} e^{-j(\pi/2)v^2} dv \quad (1.5)$$

kde

$$v_0 = u_0 \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} \quad (1.6)$$

za předpokladu $d_1, d_2 \gg u_0$, $d_1, d_2 \gg \lambda$. v_0 je tzv. Fresnel-Kirchhoffův difrakční parametr. Vztah (1.5) vyjadřuje velikost intenzity pouze vzhledem k zastínění překážkou a neuvažují se v něm ztráty vlivem šíření. Průběh závislosti E/E_0 v závislosti na difrakčním parametru v_0 ukazuje obr. 1.6.



Obr. 1.6 Závislost E/E_0 na difrakčním parametru

Z průběhu je vidět, že pro nulovou hodnotu difrakčního koeficientu, což odpovídá případu kdy se vrchol překážky dotýká spojnice bodů T a R na obr. 1.5 a kdy je tedy zastíněna polovina prostoru, je velikost intenzity v bodě příjmu rovná polovině velikosti intenzity v bodě zdroje. Pro rostoucí v_0 , neboli pro rostoucí výšku překážky, úroveň intenzity v bodě R klesá. Pro klesající hodnotu difrakčního parametru, čili pro klesající výšku překážky se

úroveň přijímané intenzity zvyšuje a poměr E/E_0 osciluje kolem hodnoty 1. Oscilující průběh je způsoben postupným odkrýváním Fresnelových zón při snižování překážky.

1.4 Geometrická optika

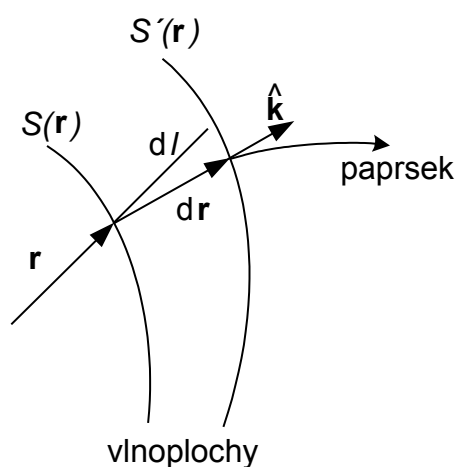
Geometrická optika se používá tam, kde se tolik neuplatňuje vlnová povaha záření, tam kde je vlnová délka menší než uvažované vzdálenosti a rozměry objektů a kde mohou být zanedbány jevy polarizace, interference a ohybu. Při uvažování, že vlnová délka se blíží nule, je možné zavést pojem paprsku, který je základním pojmem geometrické optiky. Potom se dá uvažovat, že vlna je charakterizována paprsky a vlnoplochou. Vlnoplocha je plochou konstantní fáze vlny a její normála má ve všech bodech směr paprsku. Geometrická optika je tedy případem vlnové optiky, kde $\lambda \rightarrow 0$ a význam paprsku a vlnoplochy může být odvozen z Maxwellových rovnic.

Vlnoplocha jako plocha konstantní fáze je definována vztahem $S(\mathbf{r}) = konst.$, kde $S(\mathbf{r}) = n\hat{\mathbf{k}}r$. Vlnoplocha je definována rovnicí, viz Příloha B:

$$|\nabla S|^2 = n^2 \quad (1.7)$$

kde n je index lomu a pomocí vlnoplochy je definován paprsek, obr 1.7.

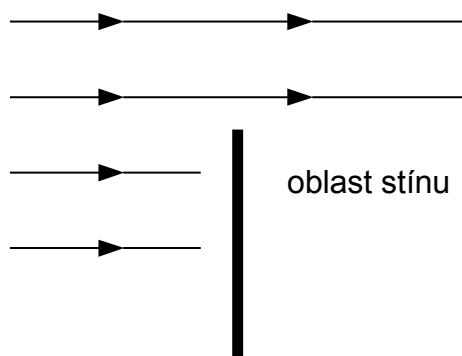
$$n \frac{d\mathbf{r}}{dl} = \nabla S \quad (1.8)$$



Obr. 1.7 Paprsek a vlnoplochy

1.5 Geometrická teorie difrakce

Jméno Geometrická teorie difrakce (Geometrical theory of diffraction - GTD) a její základy byly zavedeny Kellerem [1]. Její podstatou je metoda Geometrické optiky, která je v GTD rozšířena o možnost výpočtu difrakčních jevů, které klasická optika nepostihuje. GTD zavádí kromě přímých a odražených paprsků ještě tzv. difraktované paprsky. Podobně jako se odražené pole v místě bodu odrazu počítá z pole dopadajícího do tohoto bodu vynásobením koeficientem odrazu, tak se difraktované pole počítá pomocí pole dopadajícího a difrakčního koeficientu. Při ozáření překážky elektromagnetickou vlnou podle obr. 1.8 dává geometrická optika takový výsledek, že v oblasti stínu je nulová hodnota pole. Na rozhraní stínu se tedy úroveň pole mění skokem. To ale neodpovídá skutečnosti. Difrakční koeficient



Obr. 1.8 Dopad vlny na překážku

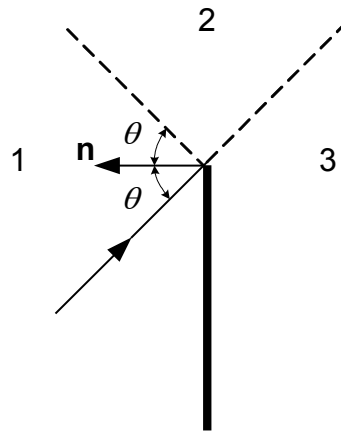
zaručí, že na přechodu oblasti stínu se pole mění spojitě. Další vlastností difrakčního koeficientu je, že pro nulovou vlnovou délku je difrakční koeficient roven nule a tím je nulové i difraktované pole a výsledné pole je stejné jako při použití geometrické optiky.

1.5.1 Dopad rovinné vlny na překážku

Celkové pole v okolí překážky se rovná součtu pole dopadajícího, odraženého a difraktovaného.

$$E = E_i + E_r + E_d \quad (1.9)$$

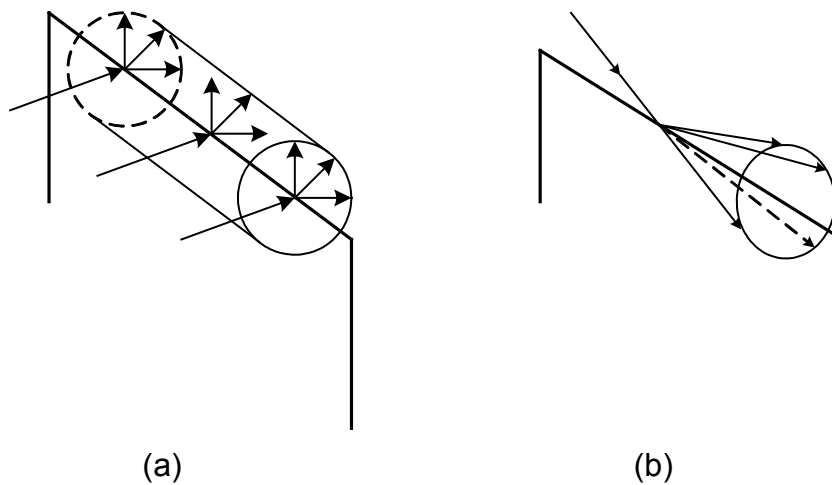
Na obr.1.9 je znázorněn paprsek dopadající na překážku. Dopadající pole působí v oblasti 1 a 2, odražené pole pouze v oblasti 1 a difraktované pole v oblasti 1, 2 a 3.



Obr. 1.9 Oblasti v okolí překážky

Dopad rovinné vlny kolmo na rovinnou překážku znázorňuje obr. 1.10a. Difraktované paprsky leží ve směru normály ke hraně překážky a šíří se od této hrany do všech směrů. Od hrany překážky se tak šíří válcová vlna. Při dopadu vlny na překážku pod úhlem tvoří difraktované paprsky kužel, viz obr. 1.10b. Všechny difraktované paprsky svírají s hranou překážky stejný úhel jako paprsek dopadající. Difraktované pole má podle [1] tvar:

$$E_d = DE_0 A(r) e^{i(kr + \psi)} \tag{1.10}$$



Obr. 1.10 Dopad rovinné vlny

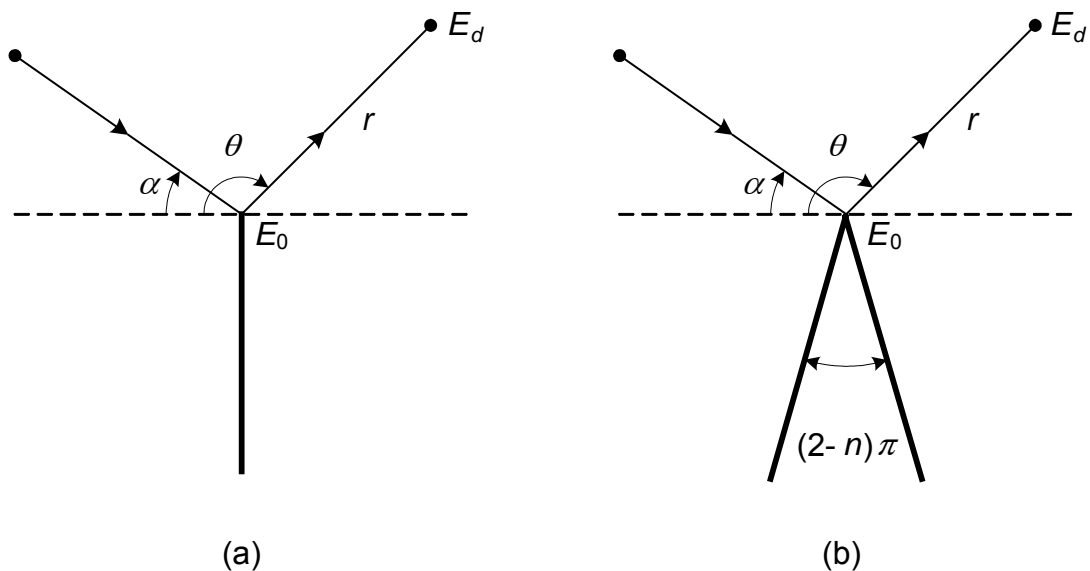
kde E je úroveň intenzity el. pole v daném bodě, E_0 je hodnota intenzity v bodě difrakce, $A(r)$ vyjadřuje úbytek amplitudy E se vzdáleností r od bodu difrakce a závisí na tvaru dopadajícího pole. ψ představuje fázi vlny v bodě difrakce. Difrakční koeficient D pro překážku ve tvaru vodivé poloroviny má tvar [1] (odvození např. [8, 9-kap.16]):

$$D = -\frac{e^{j\pi/4}}{2(2\pi \cdot k)^{\frac{1}{2}} \sin(\beta)} \left[\sec \frac{1}{2}(\theta - \alpha) \pm \csc \frac{1}{2}(\theta + \alpha) \right] \quad (1.11)$$

kde $k = 2\pi/\lambda$ je vlnové číslo, β je úhel mezi dopadajícím paprskem a hranou překážky, pro kolmý dopad je $\beta = \pi/2$. Úhly α a θ jsou úhly dopadajícího a difraktovaného paprsku, viz obr. 1.11a. V případě, že překážka má tvar klínu, platí pro difrakční koeficient vztah [1]:

$$D = \frac{e^{j\pi/4} \sin(\frac{\pi}{n})}{n(2\pi \cdot k)^{\frac{1}{2}} \sin(\beta)} \left[\left(\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\theta - \alpha}{n} \right)^{-1} \pm \left(\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\theta + \alpha + \pi(n-1)}{n} \right)^{-1} \right] \quad (1.12)$$

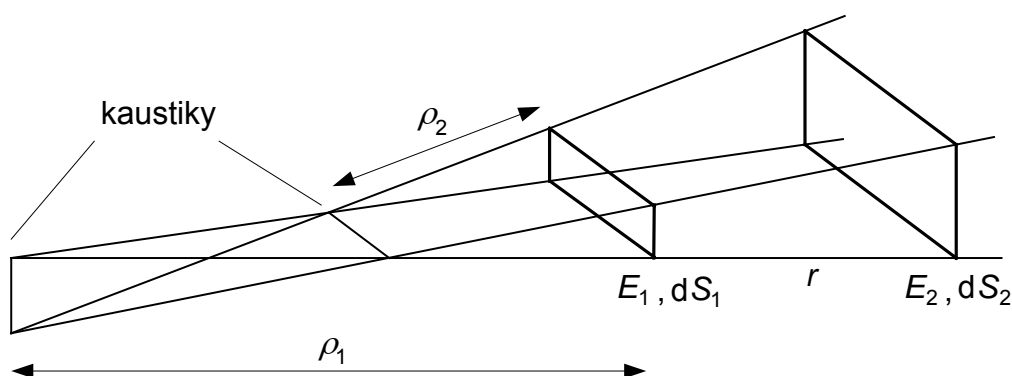
Znaménko – platí v případě, že vektor intenzity E je rovnoběžný s oběma stranami překážky (TE polarizace). Úhel klínu má velikost $(2 - n)\pi$, obr. 1.11b.



Obr. 1.11 Úhly na klínu

Závislost $A(r)$ lze odvodit z obr. 1.12. Na něm je oblast prostoru ve kterém leží šířící se paprsky. Poloměry křivosti části vlnoplochy s velikostí dS_1 jsou ρ_1 a ρ_2 . Na vlnoploše je velikost intenzity E_1 , poloměry křivosti vlnoplochy s velikostí dS_2 jsou $(\rho_1 + r)$ a $(\rho_2 + r)$, odpovídající intenzita je E_2 . Poloměr velikostí ploch je

$$\frac{dS_1}{dS_2} = \frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + r)(\rho_2 + r)} \quad (1.13)$$



Obr. 1.12 Oblast šířících se paprsků

Ze zákona zachování energie je

$$E_1^2 dS_1 = E_2^2 dS_2, \quad E_2 = E_1 \sqrt{\frac{dS_1}{dS_2}} \quad (1.14)$$

čili

$$E_2 = E_1 \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + r)(\rho_2 + r)}} \quad (1.15)$$

V bodech, kde platí $\rho_1 = 0$ a $\rho_2 = 0$, je nulová plocha vlnoplochy a tím intenzita zde vychází nekonečná, takové body se nazývají kaustikou. V bodech kaustiky předchozí výpočet neplatí.

U kulové vlny $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, potom

$$E_2 = E_1 \frac{\rho}{\rho + r} \quad (1.16)$$

pokud se vzdálenost r měří od bodu kaustiky ($\rho = 0$), pak [2]:

$$E_2 = \frac{E_1}{r} \quad (1.17)$$

Podobně pro vřlcovou vlnu je jeden z poloměrů ρ_1, ρ_2 roven nule a intenzita je potom [2]:

$$E_2 = E_1 \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_1 + r}} \quad (1.18)$$

V pŕípadě, že se vzdálenost r měří od bodu kaustiky ($\rho = 0$), pak [2]:

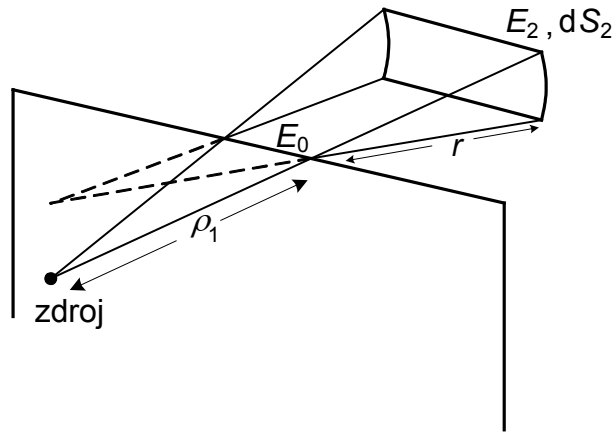
$$E_2 = E_1 \frac{1}{\sqrt{r}} \quad (1.19)$$

Výraz $A(r)$ ve vztahu (1.10) má tedy pro dopadající rovinnou nebo vřlcovou vlnu tvar

$$A(r) = \frac{1}{\sqrt{r}} \quad (1.20)$$

1.5.2 Dopad kulové vlny na pŕekážku

Výraz pro výpočet difraktovaného pole dopadající kulové vlny má stejný tvar jako (1.10), pouze vztah pro $A(r)$ vypadá jinak. Geometrii tohoto pŕípadu objasňuje obr. 1.13. Na obrázku jsou dopadající a difraktované paprsky kulové vlny. Dopadající i difraktované paprsky svírají s hranou pŕekážky stejný úhel. Difraktované paprsky tvoŕí kužele jejichž osou je hrana pŕekážky. Vzdálenosti ρ_1 a r odpovídají vzdálenostem na obr. 1.12, kde $\rho_2 = 0$. Jedna



Obr. 1.13 Difraktované pole kulové vlny

z kaustik paprsků je na hraně překážky. Podle obr. 1.12 a ze vztahu (1.15) platí

$$E_1 \rho_2^{\frac{1}{2}} = E_2 [(\rho_1 + r)(\rho_2 + r)]^{\frac{1}{2}} \rho_1^{-\frac{1}{2}} \quad (1.21)$$

Pro $\rho_2 = 0$ má pravá strana (1.21) limitu rovnou velikosti intenzity v místě překážky, označenou na obr. 1.13 jako E_0 , (1.21) pak přejde na [3]:

$$E_0 = E_2 [(\rho_1 + r) \cdot r]^{\frac{1}{2}} \rho_1^{-\frac{1}{2}} \quad (1.22)$$

kde E_0 je intenzita v místě $\rho_2 = 0$, čili v bodě difrakce. Odtud plyne

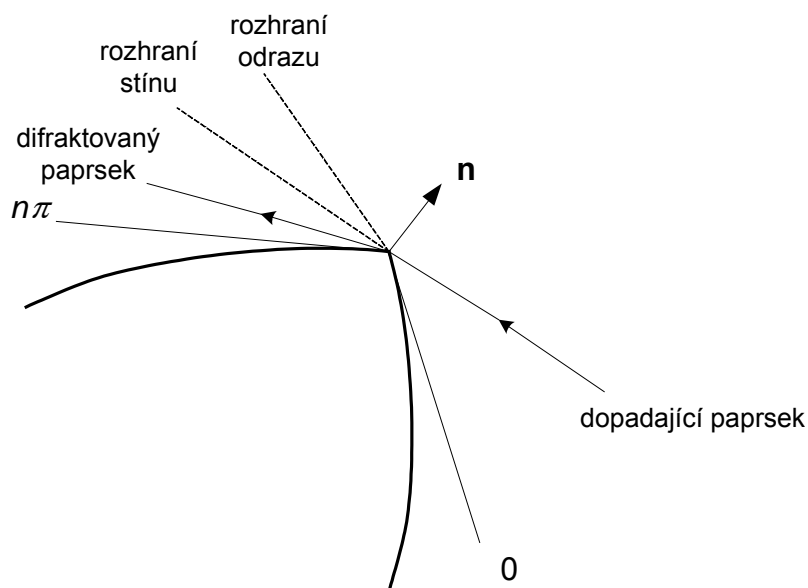
$$A(r) = [(R + r) \cdot r]^{\frac{1}{2}} R^{\frac{1}{2}} = [r(1 + rR^{-1})]^{\frac{1}{2}} \quad (1.23)$$

kde $R = \rho_1$ je vzdálenost zdroje kulové vlny od bodu difrakce.

1.6 Uniformní geometrická teorie difrakce

Uniformní geometrická teorie difrakce (Uniform geometrical theory of diffraction – UTD) vychází z principů Geometrické teorie difrakce a liší se od ní výpočtem difrakčního koeficientu [4]. Obr. 1.14 ukazuje překážku obecného tvaru v rovině kolmé na hranu překážky. Překážka je tvořena dvěma plochami s nespojitostí normálového vektoru v bodě

difrakce. Vnější úhel překážky má velikost $n\pi$. Dopadající paprsek vytváří rozhraní stínu a odrazu dopadajícího a odraženého pole.



Obr. 1.14 Difrakce na zakřivené překážce

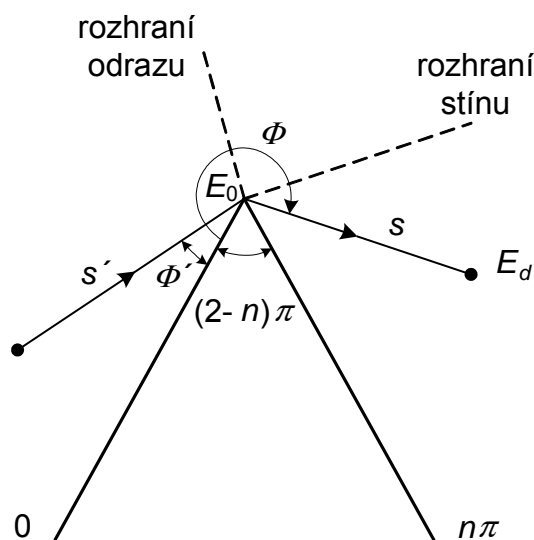
1.6.1 Výpočet difraktovaného pole vodivého klínu

Případ překážky ve tvaru vodivého klínu je na obr. 1.15. Úhel dopadu Φ a úhel difrakce Φ' se měří od přední strany klínu, vzdálenost od zdroje ke hraně klínu je s' , s je vzdálenost od hrany do daného bodu. Úhel klínu má velikost $(2-n)\pi$. Stejně jako v případě Geometrické teorie difrakce je celkové pole součtem pole dopadajícího, odraženého a difraktovaného. Nevýhodou Geometrické teorie difrakce je to, že dává špatné hodnoty difrakčního koeficientu a tím i výsledného pole v bodech v okolí rozhraní stínu a rozhraní odrazu. V bodech, které nejsou v blízkosti těchto rozhraní, lze pro výpočet difrakčního koeficientu použít vztah (1.12) používaného při výpočtu podle Geometrické teorie difrakce, který má pro úhly měřené podle obr. 1.15 tvar [4]:

$$D(\Phi, \Phi') = \frac{e^{-j\pi/4} \sin(\frac{\pi}{n})}{n\sqrt{2\pi \cdot k} \sin(\beta)} \left[\frac{1}{\cos \pi/n - \cos[(\Phi - \Phi')/n]} \pm \frac{1}{\cos \pi/n - \cos[(\Phi + \Phi')/n]} \right] \quad (1.24)$$

Znaménko – platí v případě, že vektor intenzity E je rovnoběžný s oběma stranami překážky (TE polarizace). Pro bod na rozhraní stínu se ale výraz $\Phi - \Phi'$ rovná π (obr. 1.15) a ve

jmenovateli prvního zlomku v závorce v (1.24) je nula. Podobně v případě bodu na rozhraní odrazu je $\Phi + \Phi' = \pi$ a ve jmenovateli druhého zlomku v závorce v (1.24) je nula. Aby se odstranila nepřesnost počítání pole na rozhraních stínu a odrazu, zavádí Uniformní teorie difrakce difrakční koeficient platný pro všechny oblasti a pro všechny úhly dopadu. Difrakční koeficient má tvar [4]:



Obr. 1.15 Difrakce na klínu

$$\begin{aligned}
 D(\Phi, \Phi') &= \frac{-\exp[-j\pi/4]}{2n\sqrt{2\pi} \cdot k \sin \beta} \\
 &\times \left[\cot\left(\frac{\pi + (\Phi - \Phi')}{2n}\right) \cdot F[kLa^+(\Phi - \Phi')] + \cot\left(\frac{\pi - (\Phi - \Phi')}{2n}\right) \cdot F[kLa^-(\Phi - \Phi')] \right. \\
 &\left. \pm \left\{ \cot\left(\frac{\pi + (\Phi + \Phi')}{2n}\right) \cdot F[kLa^+(\Phi + \Phi')] + \cot\left(\frac{\pi - (\Phi + \Phi')}{2n}\right) \cdot F[kLa^-(\Phi + \Phi')] \right\} \right] \quad (1.25)
 \end{aligned}$$

kde

$$F(X) = 2j\sqrt{X} \exp(jX) \int_{\sqrt{X}}^{\infty} \exp(-j\tau^2) d\tau \quad (1.26)$$

je tzv. přechodová funkce.

$$a^{\pm}(\psi) = 2 \cos^2 \left(\frac{2n\pi N^{\pm} - \psi}{2} \right) \quad (1.27)$$

kde N^{\pm} je celé číslo, které je nejbližší řešení rovnic

$$2\pi n N^+ - \psi = \pi \quad (1.28a)$$

$$2\pi n N^- - \psi = -\pi \quad (1.28b)$$

kde

$$\psi = \Phi \pm \Phi' \quad (1.29)$$

A tzv. distanční parametr L v závislosti na typu dopadající vlny je

$$\begin{aligned} L &= s \sin^2 \beta && \text{pro dopadající rovinnou vlnu} \\ L &= \frac{rr'}{r+r'} && \text{pro dopadající vřlcovou vlnu} \\ L &= \frac{ss'}{s+s'} \sin \beta && \text{pro dopadající kulovou vlnu} \end{aligned} \quad (1.30)$$

kde s, s' jsou vzdálenosti podle obr. 1.15, r je poloměr kolmo dopadající vřlcové vlny, r' je kolmá vzdálenost bodu měření od vrcholu klínu. Integrál ve vztahu (1.26) se dá upravit jako:

$$\begin{aligned} \int_{\sqrt{X}}^{\infty} \exp(-j\tau^2) d\tau &= \int_{\sqrt{X}}^{\infty} \cos \tau^2 d\tau - j \int_{\sqrt{X}}^{\infty} \sin \tau^2 d\tau = \\ &= \int_0^{\infty} \cos \tau^2 d\tau - \int_0^{\sqrt{X}} \cos \tau^2 d\tau - j \left(\int_0^{\infty} \sin \tau^2 d\tau - \int_0^{\sqrt{X}} \sin \tau^2 d\tau \right) \end{aligned} \quad (1.31)$$

protože [5]:

$$\int_0^{\infty} \cos \tau^2 d\tau = \int_0^{\infty} \sin \tau^2 d\tau = \frac{\sqrt{2\pi}}{4} \quad (1.32)$$

potom

$$\int_{\sqrt{X}}^{\infty} \exp(-j\tau^2) d\tau = \frac{\sqrt{2\pi}}{4} - \int_0^{\sqrt{X}} \cos \tau^2 d\tau - j \frac{\sqrt{2\pi}}{4} + \int_0^{\sqrt{X}} \sin \tau^2 d\tau \quad (1.33)$$

kde

$$\int_0^X \cos \tau^2 d\tau = \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \text{FresnelC}\left(X\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right) \quad (1.34a)$$

$$\int_0^X \sin \tau^2 d\tau = \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \text{FresnelS}\left(X\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right) \quad (1.34b)$$

kde $\text{FresnelC}(X) = \int_0^X \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt$ a $\text{FresnelS}(X) = \int_0^X \sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt$ jsou kosinový a sinový

Fresnelův integrál, které bývají jako funkce součástí matematických programů.

Přechodová funkce $F(X)$ daná vztahem (1.26) se dá aproximovat jako [2]:

$$F(X) = \left(\sqrt{\pi X} - 2Xe^{j\pi/4} - \frac{2X^2 e^{-j\pi/4}}{3} \right) e^{j(X+\pi/4)} \quad \text{pro } 0 \leq X \leq 0,3$$

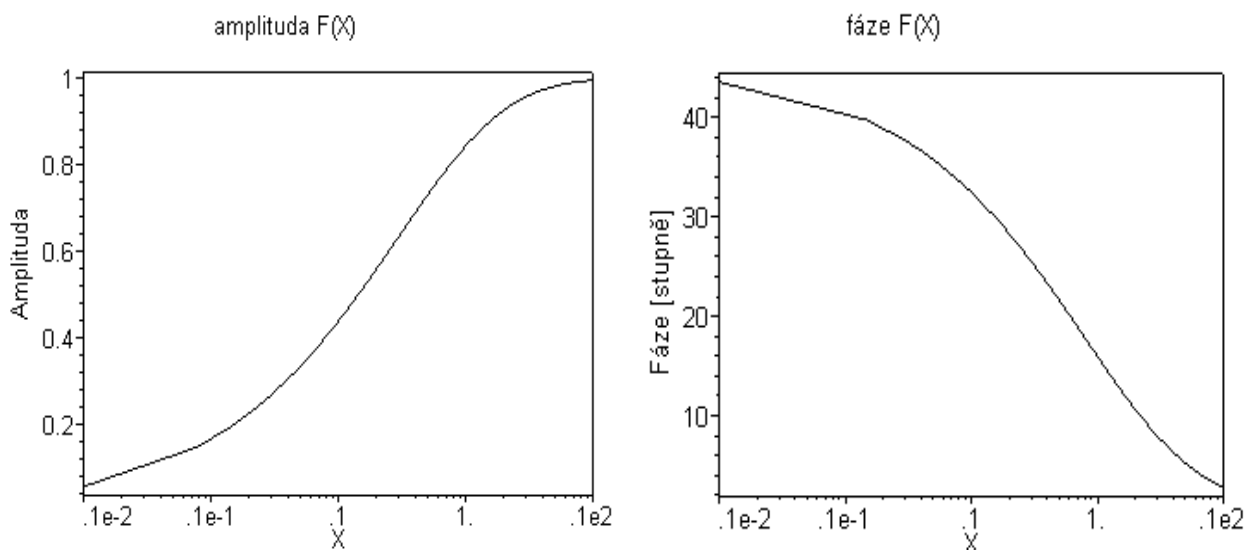
$$F(X) = 1 + \frac{j}{2X} - \frac{3}{4X^2} - \frac{j15}{8X^3} + \frac{75}{16X^4} \quad \text{pro } X > 5,5 \quad (1.35)$$

$$F(X) = F^*(|X|) \quad \text{pro } X < 0$$

kde hvězdička označuje komplexní doplněk. Pro $0,3 < X \leq 5,5$ platí interpolační hodnoty [2]:

X	$F(X)$
0.3	$0.5729 + j 0.2677$
0.5	$0.6768 + j 0.2682$
0.7	$0.7439 + j 0.2549$
1.0	$0.8095 + j 0.2322$
1.5	$0.8730 + j 0.1982$
2.3	$0.9240 + j 0.1577$
4.0	$0.9658 + j 0.1073$
5.5	$0.9797 + j 0.0828$

Tab. 1.1 Interpolační hodnoty přechodové funkce



Obr. 1.16 Průběh přechodové funkce $F(X)$

1.6.2 Výpočet odraženého pole kulové vlny na zakřivené překážce

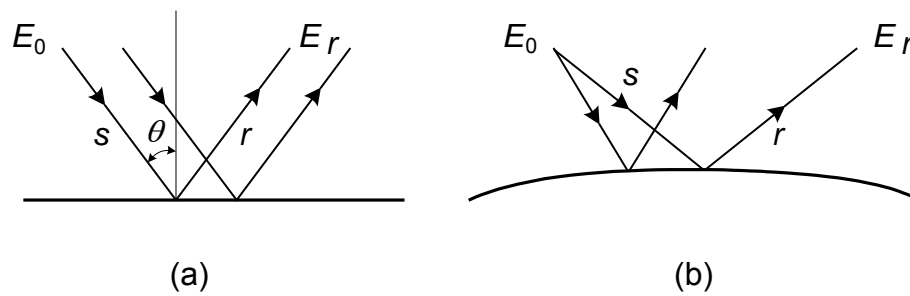
V případě dopadu rovinné vlny na rovinné dielektrické rozhraní platí pro amplitudu odraženého pole vztah, viz obr. 1.17a:

$$E_r = R^{TE, TM} E_0 \quad (1.36)$$

kde E_r a E_0 je amplituda intenzity \mathbf{E} odraženého a dopadajícího pole, $R^{TE, TM}$ je činitel odrazu. V případě horizontální, neboli TE polarizace a v případě vertikální, neboli TM má koeficient odrazu tvar:

$$R_{TE} = \frac{\cos \theta - \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2 \theta}} \quad R_{TM} = \frac{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cos \theta - \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2 \theta}}{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cos \theta + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2 \theta}} \quad (1.37)$$

kde θ je úhel pod kterým paprsky dopadají a odrážejí se, ϵ_1 permitivita prostředí, ze kterého paprsky dopadají. Pro dopad ze vzduchu se ϵ_1 rovná 1, ϵ_2 je permitivita odrazné dielektrické plochy. Pokud je plocha vodivá, potom $R_{TE} = -1$ a $R_{TM} = 1$. Vztah (1.36) platí pro rovinnou



Obr. 1.17 Odraz rovinné a kulové vlny

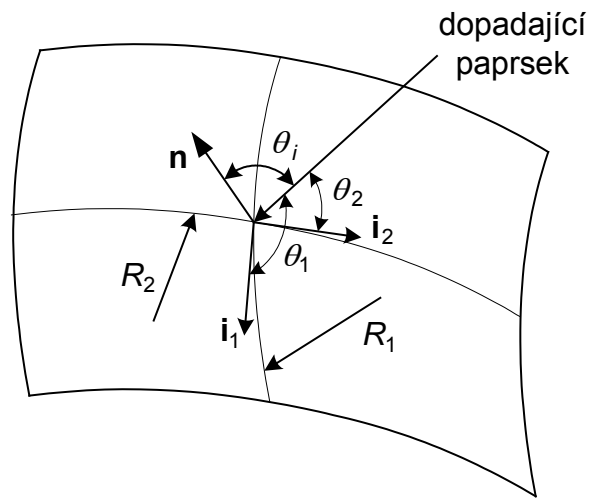
vlnu dopadající na rovinné rozhraní, pro případ kulové vlny (obr. 1.17b) se musí uvažovat ubývání amplitudy intenzity se vzdálenosmi s a r . Vztah pro výpočet amplitudy intenzity E_r z velikosti intenzity E_i v místě dopadu má tvar [4]:

$$E_r = R^{TE, TM} E_i \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + r)(\rho_2 + r)}} \quad (1.38)$$

kde

$$\frac{1}{\rho_{1,2}} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{\cos \theta_i} \left[\frac{\sin^2 \theta_2}{R_1} + \frac{\sin^2 \theta_1}{R_2} \right] \pm \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta_i} \left[\frac{\sin^2 \theta_2}{R_1} + \frac{\sin^2 \theta_1}{R_2} \right] - \frac{4}{R_1 R_2}} \quad (1.39)$$

s' je poloměr křivosti dopadající kulové vlny, což je vzdálenost s podle obr.1.17b. R_1, R_2 jsou poloměry křivosti odrazné plochy. θ_i je úhel který spolu svírají dopadající paprsek a normála plochy v místě dopadu, θ_1 a θ_2 jsou úhly podle obr. 1.18.



Obr. 1.18 Geometrie zakřivené odrazné plochy

V případě kulové vlny a rovinné překážky, která má poloměry křivosti R_1 a R_2 v (1.39) rovné nekonečnu je $\rho_1 = \rho_2 = s$ a vztah (1.38) má tvar:

$$E_r = R^{TE, TM} E_i \frac{s}{s+r} \quad (1.40)$$

a protože velikost amplitudy intenzity v místě dopadu E_i se dá vyjádřit jako $E_i = \frac{E_0}{s}$, potom

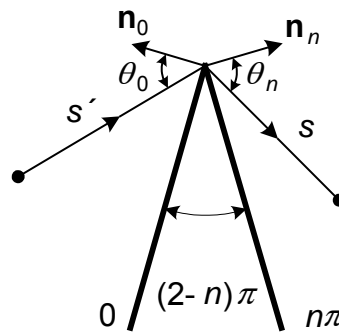
$$E_r = R^{TE, TM} \frac{E_0}{s} \frac{s}{s+r} = R^{TE, TM} E_0 \frac{1}{s+r} \quad (1.41)$$

1.6.3 Výpočet difraktovaného pole dielektrického klínu

Vztah (1.25) platí pro výpočet difrakčního koeficientu vodivého klínu. Výpočet difraktovaného pole dielektrického klínu se liší právě ve vztahu pro difrakční koeficient, ten má podle [6] tvar:

$$\begin{aligned}
 D(\Phi, \Phi') = & \frac{-\exp[-j(\pi/4)]}{2n\sqrt{2\pi \cdot k \sin \beta}} \times \left[\cot\left(\frac{\pi + (\Phi - \Phi')}{2n}\right) \cdot F[kLa^+(\Phi - \Phi')] \right. \\
 & + \cot\left(\frac{\pi - (\Phi - \Phi')}{2n}\right) \cdot F[kLa^-(\Phi - \Phi')] \\
 & + R_n^{TE, TM} \cot\left(\frac{\pi + (\Phi + \Phi')}{2n}\right) \cdot F[kLa^+(\Phi + \Phi')] \\
 & \left. + R_0^{TE, TM} \cot\left(\frac{\pi - (\Phi + \Phi')}{2n}\right) \cdot F[kLa^-(\Phi + \Phi')] \right] \quad (1.42)
 \end{aligned}$$

kde $R_n^{TE, TM}$, $R_0^{TE, TM}$ jsou koeficienty odrazu pro příslušnou polarizaci na zadní a čelní hraně klínu podle (1.37) a podle obr. 1.19, kde $R_0^{TE, TM} = f(\theta_0)$ a $R_n^{TE, TM} = f(\theta_n)$.

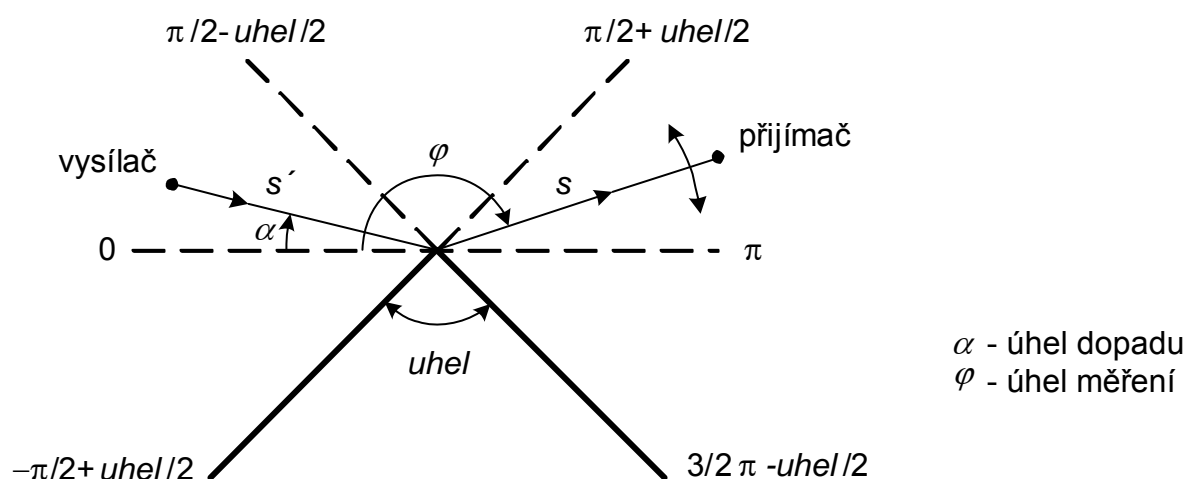


Obr. 1.19 Úhly pro koeficienty odrazu

2. Modelování

2.1 Program na výpočet pole v okolí klínu

V jazyce Matlab byl vytvořen program pro výpočet velikosti intenzity pole v okolí překážky ve tvaru klínu podle obr. 2.1. Situace se uvažuje jako dvourozměrná. Vstupními parametry pro výpočet jsou frekvence signálu, intenzita v bode vysílače, vzdálenost s' od vrcholu



Obr. 2.1 Geometrie klínu

klínu k vysílači, vzdálenost s od vrcholu klínu k přijímači, úhel α pod kterým dopadá vlna, úhel klínu, polarizace, relativní permitivita materiálu překážky a krok se kterým se při výpočtu zvyšuje úhel φ . Tyto hodnoty se zadávají v hlavní funkci programu, která má název difrakce.m, jak ukazuje výpis:

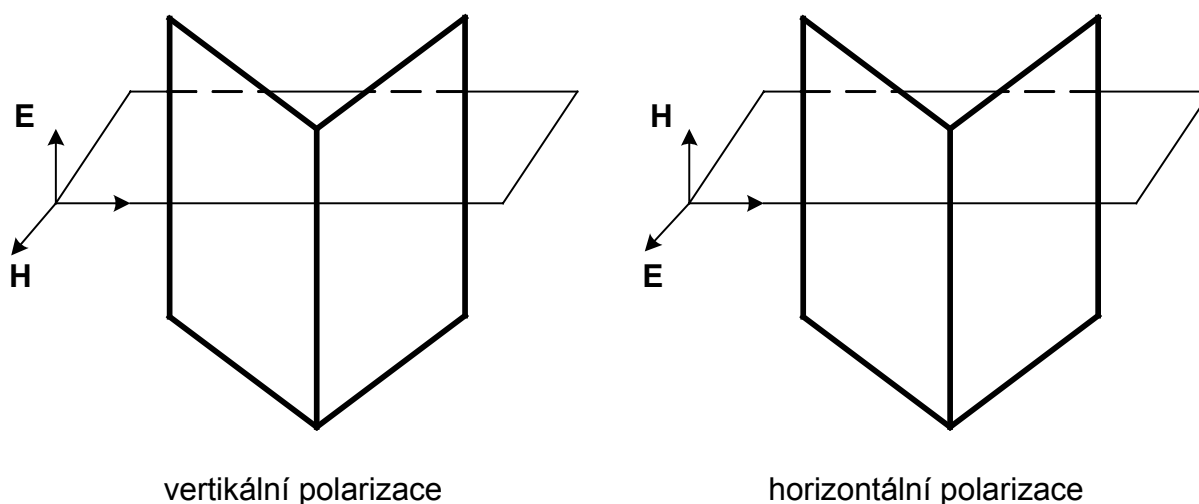
```
%***** zadani hodnot *****  
f=38e9;           % frekvence v Hz  
E0=1;            % intenzita E v bode zdroje pole  
rv=0.425;        % vzdalenost v metrech od vrcholu klínu k vysilaci  
rm=4.86;         % vzdalenost v metrech od vrcholu klínu k prijimaci  
alfa=0;          % uhel pod kterym dopada vlna ve stupnich  
uhel=90;         % vrcholovy uhel klínu, 0-180 stupnu  
pol=0;           % polarizace 0-vertikalni, 1-horizontalni  
Epsr=4;         % rel. perm., pokud Epsr==0 tak se uvazuje vodivy klin
```

krok=1;

% s jakým krokem ve stupních se počítá

Úhel dopadu α musí být v rozsahu $(-\pi/2+u_{hel}/2)$ až $(\pi/2-u_{hel}/2)$ aby k odrazu docházelo pouze na čelní straně klínu, uhel je velikost úhlu klínu, viz obr. 2.1. Uvažuje se kolmý dopad vlny – rovina dopadu je kolmá k ose klínu. Polarizaci ukazuje obr. 2.2.

Program počítá, přímou, odraženou a difraktovanou složku pole způsobem popsáním v kap. 1.5 a 1.6 a výsledek zobrazuje jako součet těchto složek. Ve výpočtu jsou uvažovány vyzařovací charakteristiky antén. Detailnější popis funkce programu je v příloze.



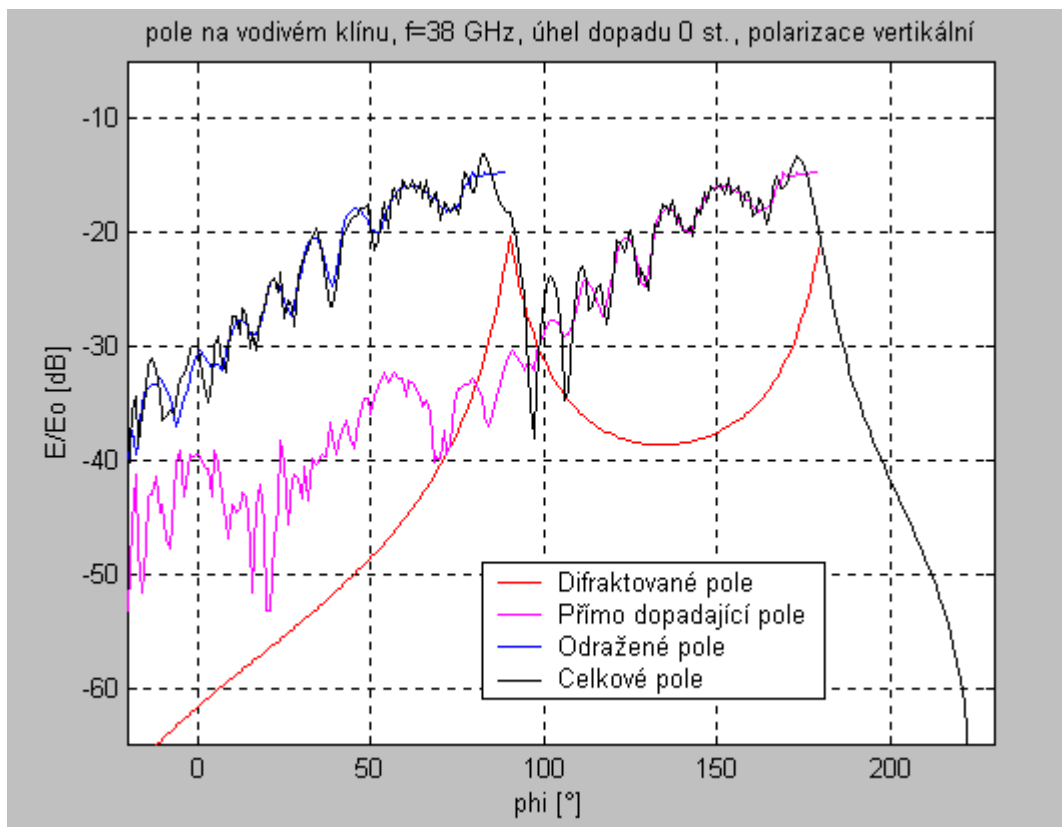
Obr. 2.2 Polarizace vlny

2.2 Výpočet pole v okolí klínu

Teoretické výpočty byly prováděny metodou Uniformní teorie difrakce podle vztahů popsaných v kap. 1.6. Při výpočtu byly uvažovány příspěvky od difraktovaných, přímo dopadajících i odražených paprsků. Oblasti, kde se jednotlivé příspěvky projeví, jsou na obr.1.9. Dopadající vlna je uvažována jako kulová.

Na obr. 2.3 jsou průběhy jednotlivých příspěvků pole podle UTD na vodivém devadesátistupňovém klínu pro nulový úhel dopadu a jejich celkový součet. Z obrázku je vidět, že difraktované pole se projevuje kolem celého klínu a má výrazná maxima v úhlech 90 a 180 stupňů. Úhel 90 stupňů v tomto případě odpovídá rozhraní odrazu a úhel 180 stupňů odpovídá rozhraní stínu. Pro úhly větší než 180 stupňů, neboli v oblasti stínu, kde se uplatňuje pouze difraktovaná složka, prudce klesá úroveň přijímaného výkonu. Přímě dopadající pole se uplatňuje v rozsahu -45 až 180 stupňů, odražené pole v rozsahu -45 až 90 stupňů. Fázové

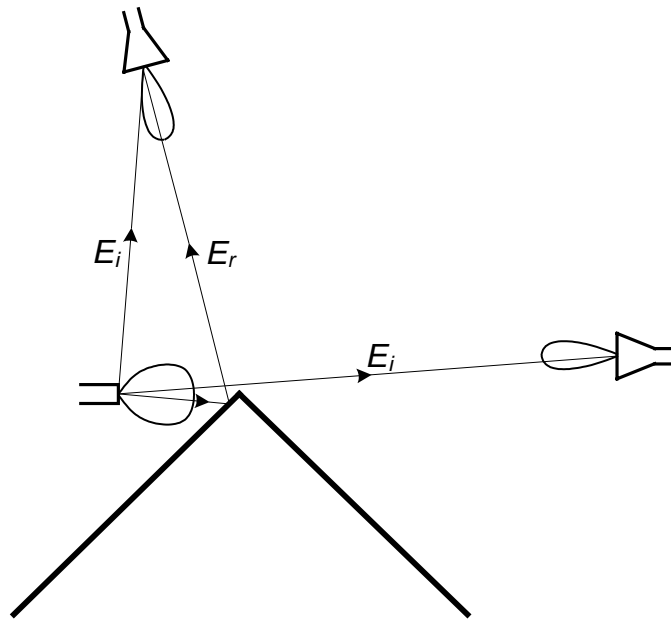
sčítání přímo dopadajících, odražených a difraktovaných paprsků má za následek oscilující charakter průběhu. Velký vliv na tvar průběhu celkového pole mají vyzařovací charakteristiky vysílací a přijímací antény. Pro menší úhly φ je vzdálenost mezi vysílací a přijímací anténou



Obr 2.3 Jednotlivé složky pole na vodivém klínu

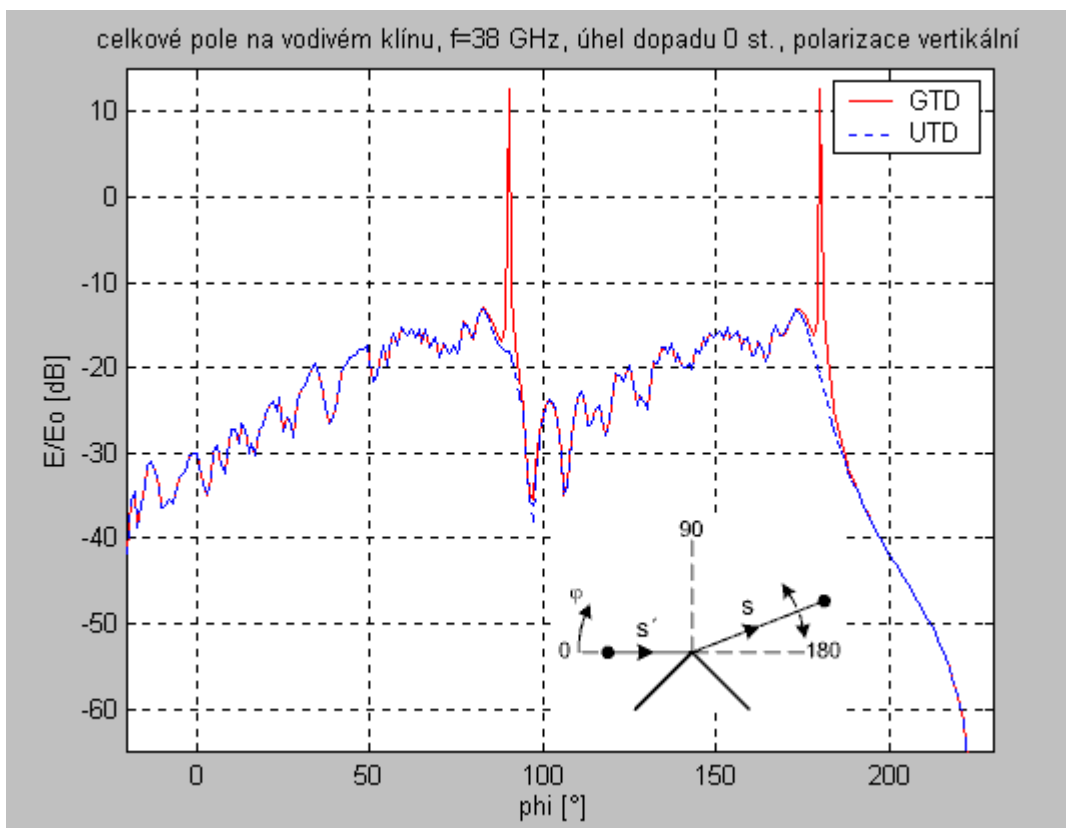
menší, ale vlivem směrových charakteristik dojde k většímu ztlumení přímo dopadajících paprsků, podobně pro odražené paprsky, viz obr. 2.4. Z průběhu je vidět, že maximum přijatého výkonu není na 180 stupních, ale přibližně na 173 stupních, to souhlasí s průběhem difrakce na ostrém břitu na obr. 1.6. Tam pro hodnotu difrakčního koeficientu nula, což odpovídá úhlu měření na klínu 180 stupňů je přijatá hodnota intenzity poloviční. Maximum je dosaženo pro hodnotu difrakčního koeficientu přibližně -1.2 , což odpovídá úhlu měření na klínu menšímu než 180 stupňů.

Z obrázku je také patrné, že pro úhel 180 stupňů je vypočítaná velikost intenzity přibližně o 20,7 dB menší než velikost intenzity v místě vysílače. Útlum šířením na uvažovanou vzdálenost (5,285 m) bez překážky je 14,5 dB. Vložením překážky je pro úhel $\varphi = 180$ stupňů zastíněna polovina prostoru a intenzita v bodě příjmu tím klesne na



Obr. 2.4 Vliv směrových charakteristik

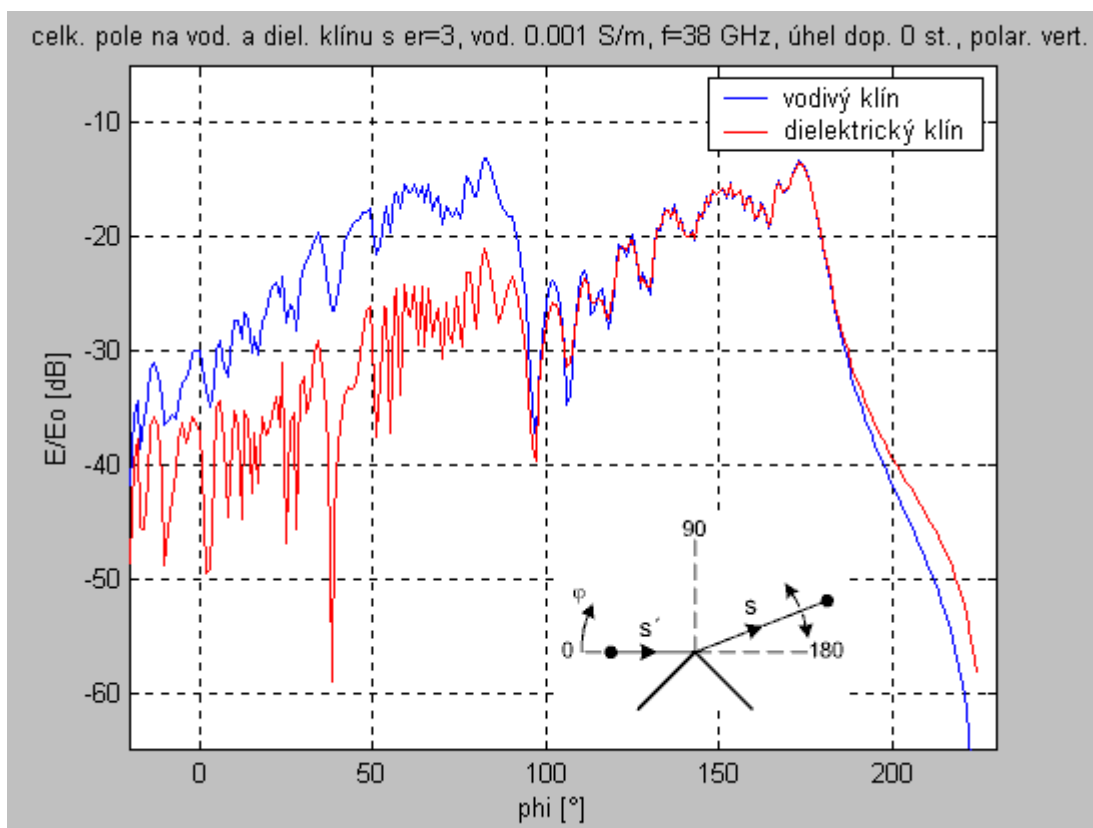
polovinu (obr. 1.6 pro $\nu_0=0$) a tím se přidá útlum 6 dB. Celkový útlum je pak 20,5 dB, což je v dobré shodě s vypočteným výsledkem.



Obr. 2.5 Porovnání výsledků podle GTD a UTD

Na obr. 2.5 je porovnání výpočtu podle Geometrické teorie difrakce a Uniformní teorie difrakce. Z průběhu grafu je patrné, že se obě metody shodují až na úzkou oblast v okolí rozhraní odrazu a stínu, kde difrakční koeficient u GTD vychází příliš velký (důvody kap. 1.6.1) a tím hodnoty vypočítané pomocí GTD v této oblasti nejsou platné.

Na obr. 2.6 je porovnání průběhu výpočtu pro vodivý a dielektrický klín. Z obrázku je vidět, že průběhy se liší jen asi do 95 stupňů a potom se víceméně shodují. Pro úhly φ menší než 90 stupňů se totiž uplatňuje odražená složka, která je pro vodivý klín větší než pro dielektrický. Pro větší úhly se úrovně intenzity v bodě příjmu pro vodivý a dielektrický klín neliší a začínají se odlišovat až pro úhly, kdy je bod příjmu v blízkosti zadní strany klínu.



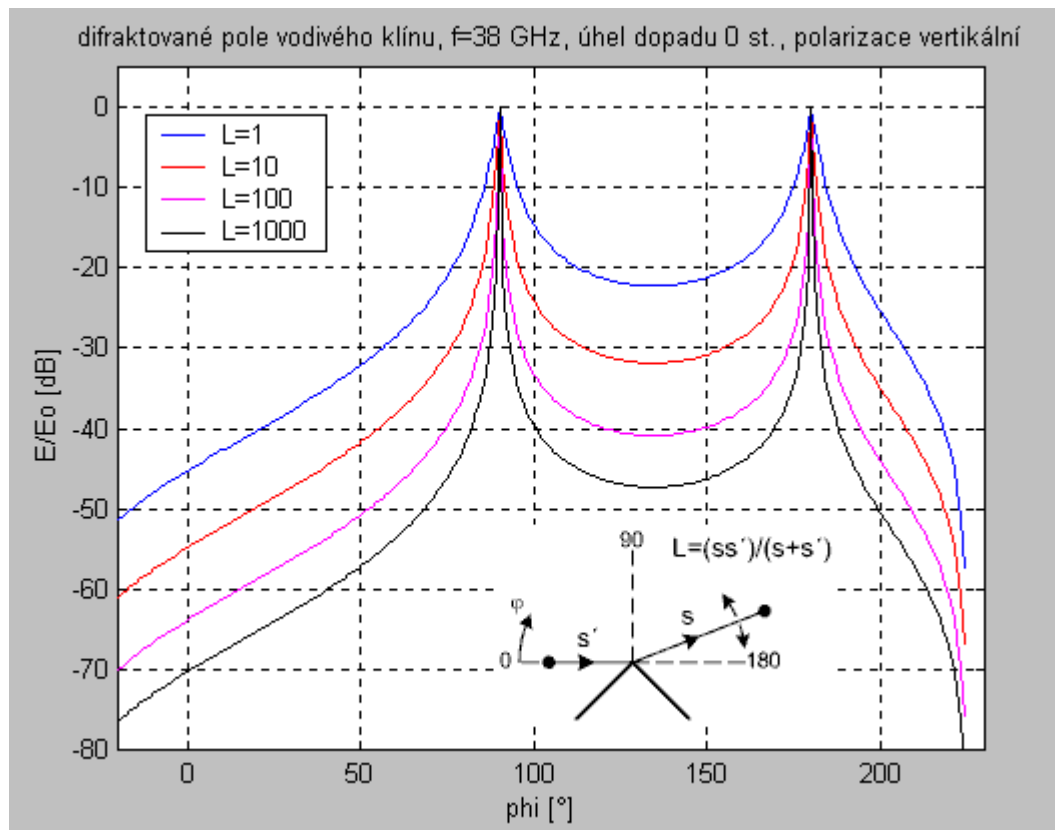
Obr. 2.6 Porovnání průběhu pro vodivý a dielektrický klín

2.3 Vyzařovací charakteristiky klínu

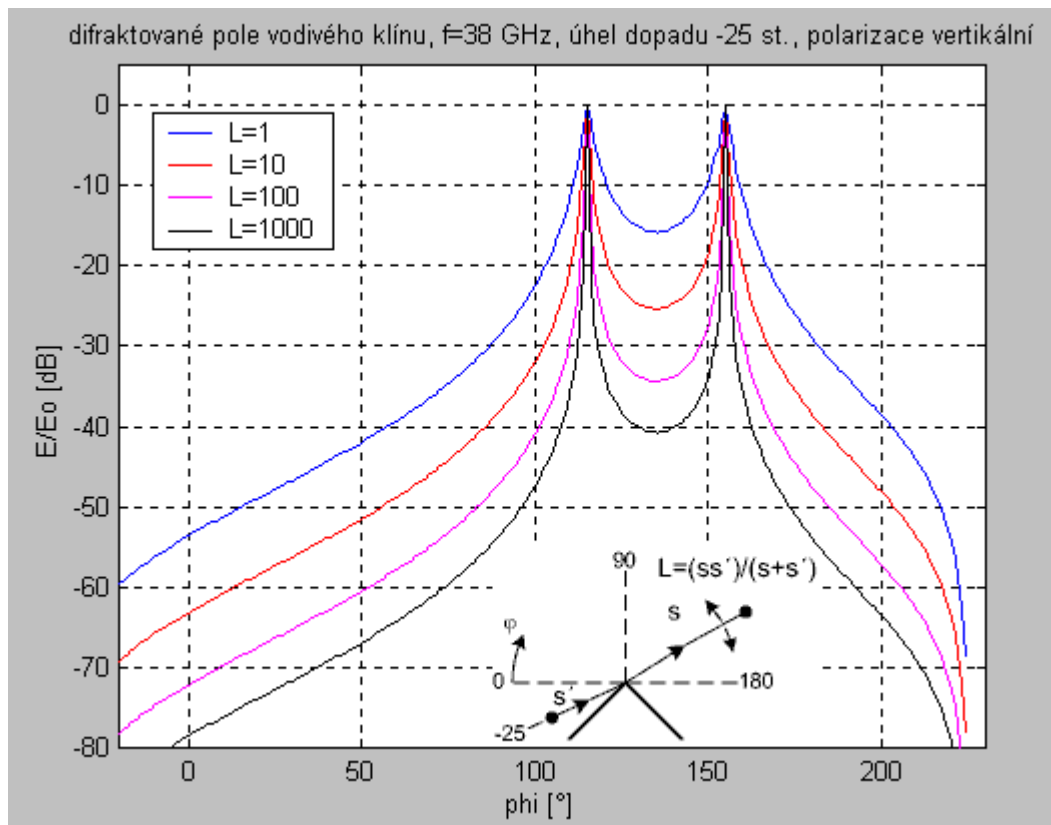
Na následujících obrázcích jsou uvedeny průběhy, které mají význam vyzařovacích charakteristik difraktované složky při uvažování klínu jako zdroje vlny vybuzené dopadajícím polem. Z průběhů je vidět, že tvar vyzařovací charakteristiky závisí na distančním parametru L daném vztahem (1.30). Je to způsobeno různým tvarem difraktovaného pole pro různé

vzdálenosti s a s' , a tím, že se vzrůstající vzdáleností vysílací antény se situace přibližuje případu geometrické optiky a tím v oblasti stínu rychleji klesá úroveň pole.

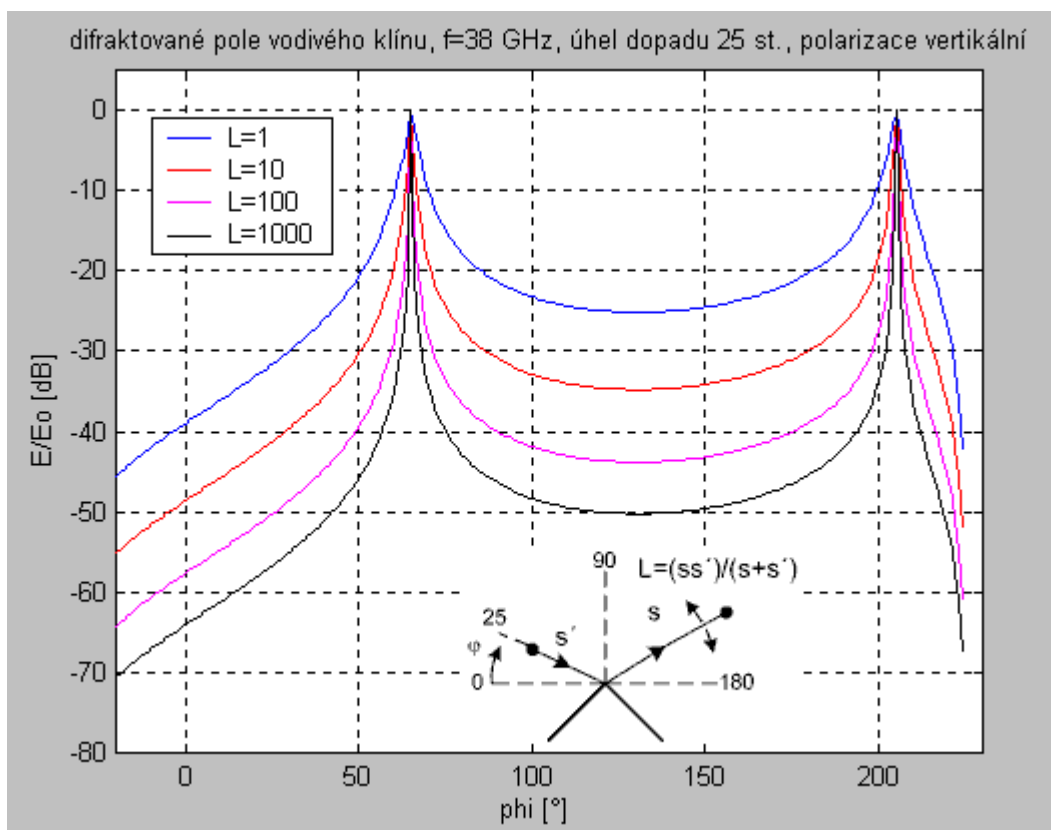
Maxima charakteristik odpovídají rozhraním stínu a odrazu pro daný úhel dopadu. Výrazná minima v charakteristikách dielektrického klínu jsou zapříčiněna způsobem výpočtu a neodpovídají skutečnosti.



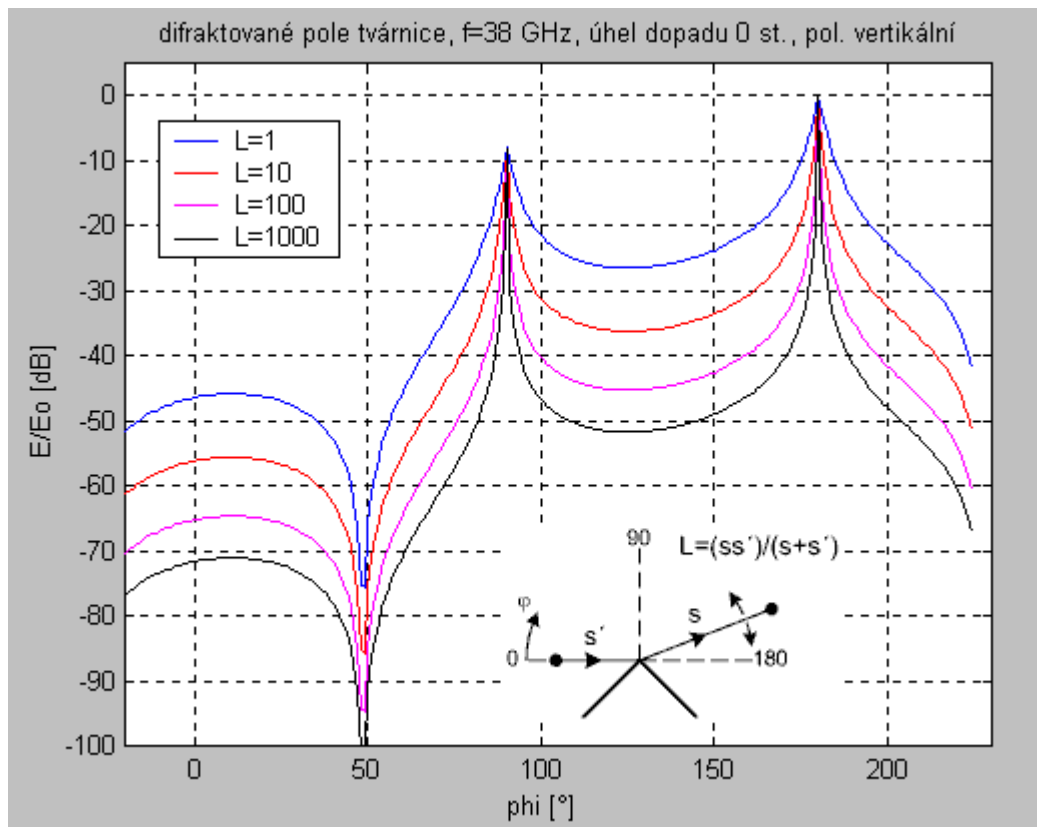
Obr. 2.7 Difraktované pole vodivého klínu, úhel dopadu 0 stupňů



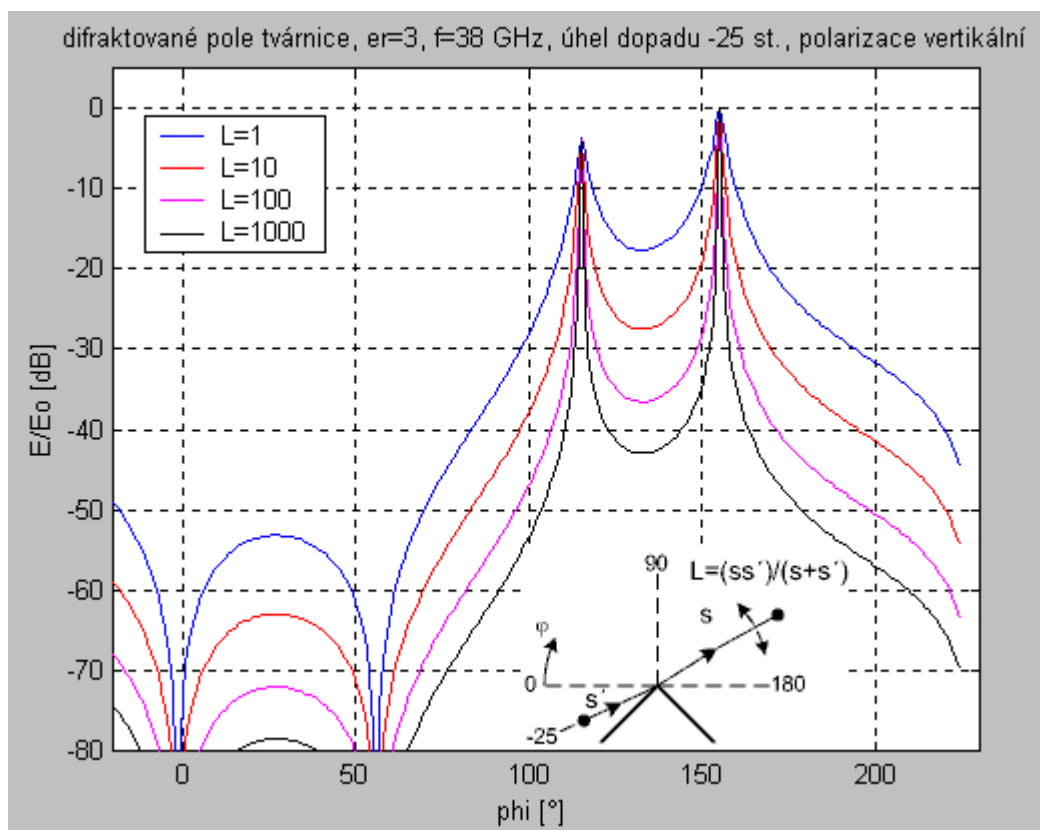
Obr. 2.8 Difraktované pole vodivého klínu, úhel dopadu -25 stupňů



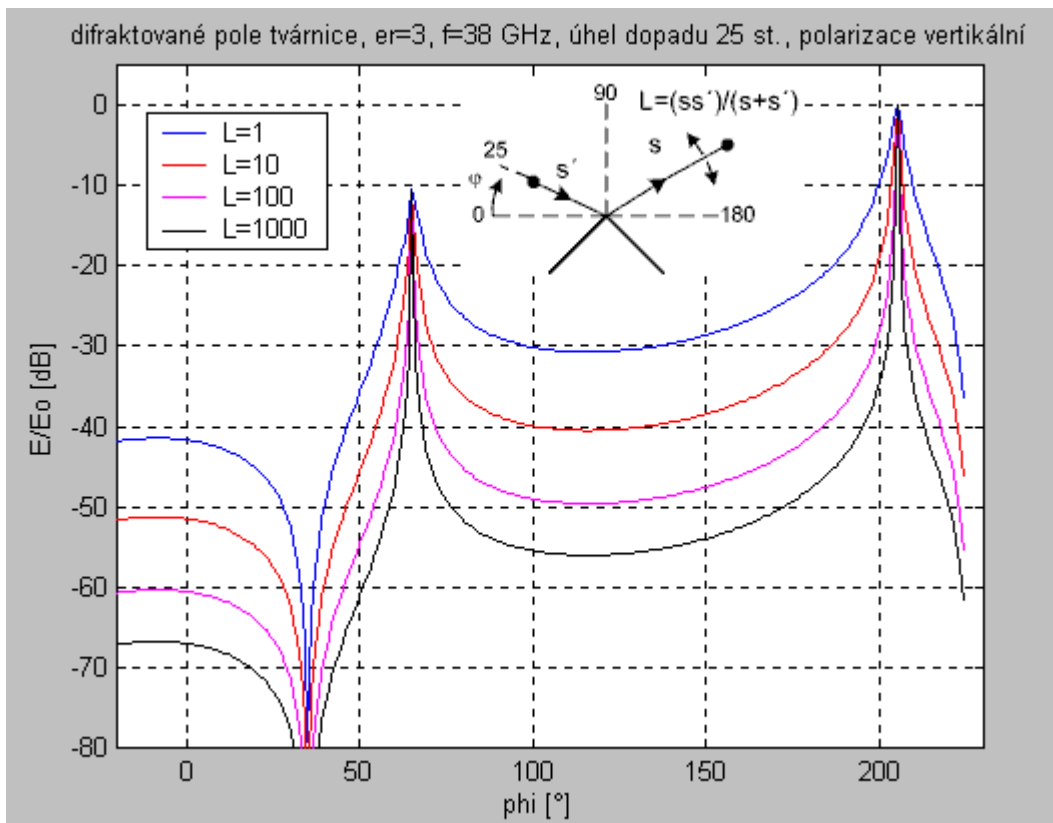
Obr. 2.9 Difraktované pole vodivého klínu, úhel dopadu 25 stupňů



Obr. 2.10 Difraktované pole dielektrického klínu, úhel dopadu 0 stupňů



Obr. 2.11 Difraktované pole dielektrického klínu, úhel dopadu -25 stupňů

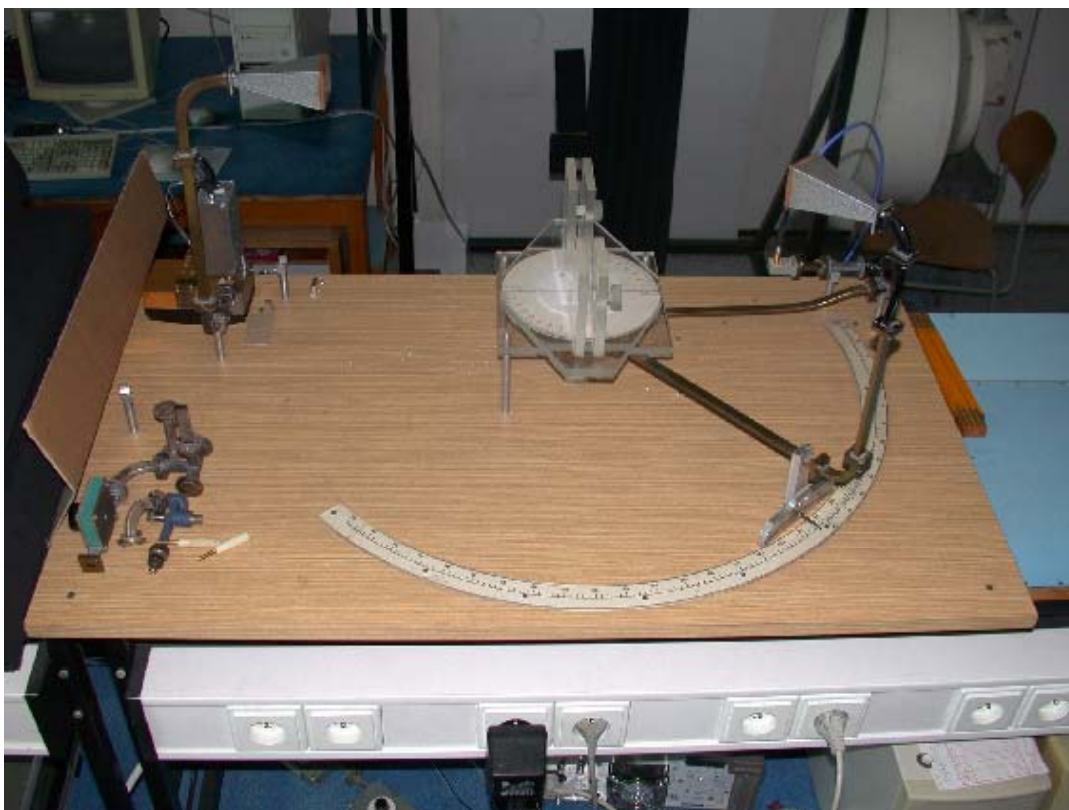


Obr. 2.12 Difraktované pole dielektrického klínu, úhel dopadu 25 stupňů

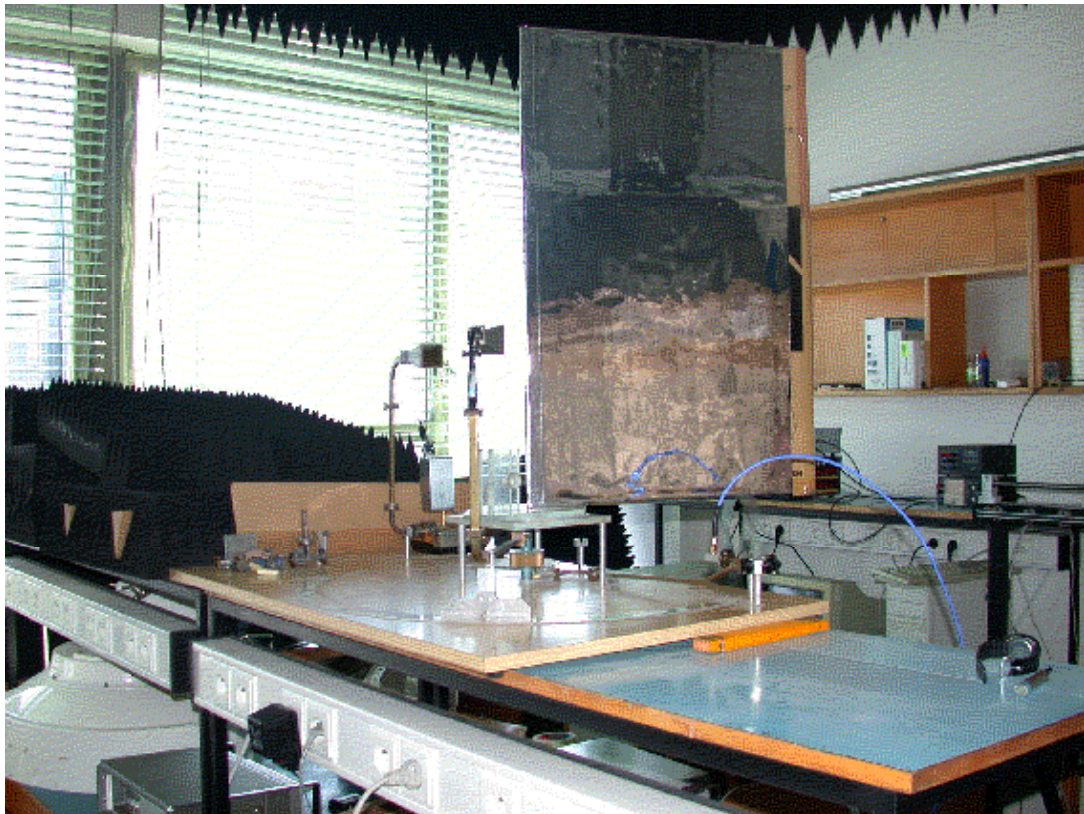
3. Měření

3.1 Měření na aparatuře 25 GHz

Měření probíhalo nejprve na měřicí aparatuře pro frekvenci 25 GHz, jak ukazuje obr. 3.1 a 3.2. Vzhledem k tomu, že v tomto případě se úhel měření nastavoval ručně s krokem 5 stupňů a odečítání hodnot nebylo automatické, naměřené hodnoty nejsou dostatečně přesné. Navíc vzhledem k malým vzdálenostem vysílací a přijímací antény by vypočtené hodnoty neodpovídali skutečnosti. Proto další měření proběhlo v anténní komoře a hodnoty naměřené na aparatuře 25 GHz v textu nejsou uvedeny a jsou umístěny na příloženém CD



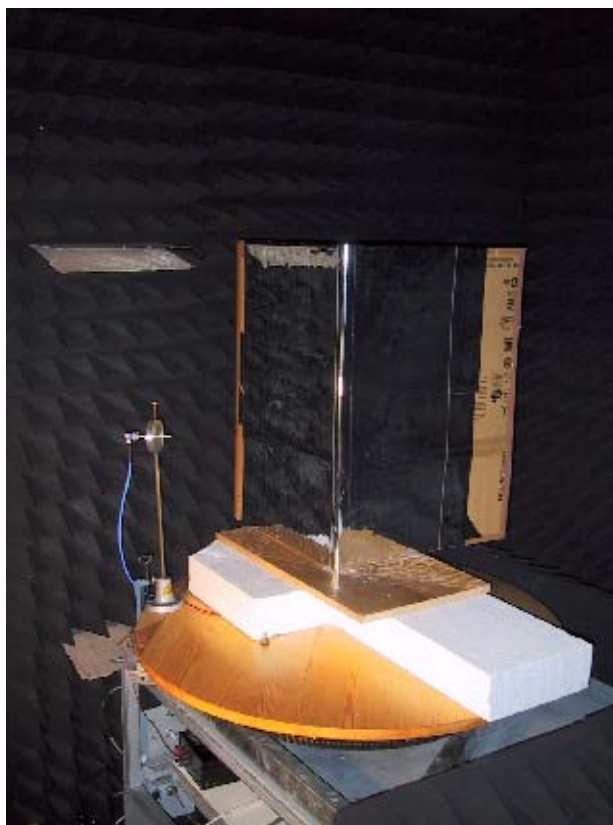
Obr. 3.1 Měřicí aparatura 25 GHz



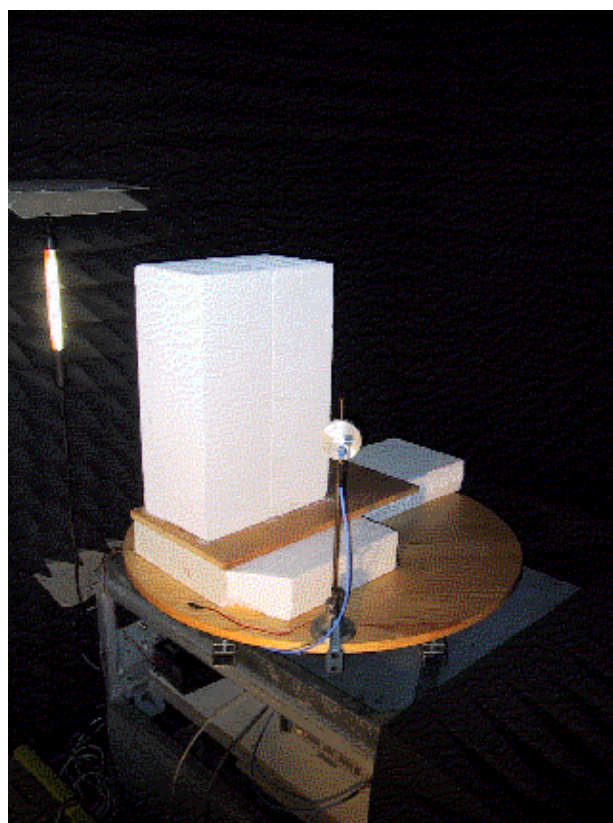
Obr. 3.2 Měření na aparatuře 25 Ghz

3.2 Měření v anténní komoře

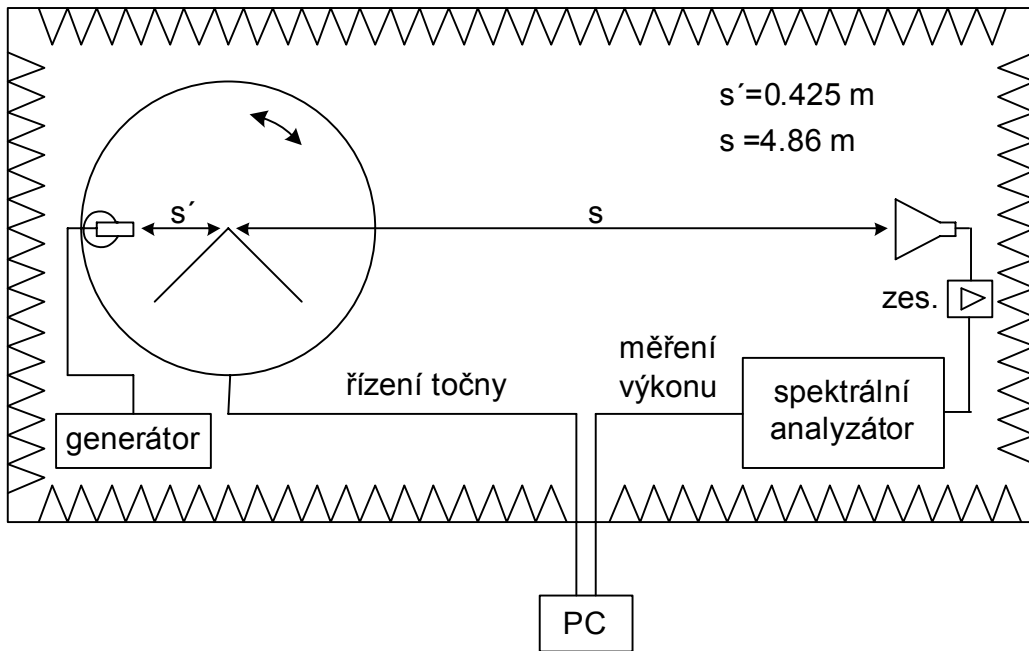
Měření difrakce probíhalo v anténní komoře pro případ jak vodivého tak dielektrického klínu. Vodivý klín byl vyroben z kartónu polepeného odraznou fólií, obr. 3.3. Dielektrický klín představovaly dvě tvárnice postavené vedle sebe, obr. 3.4. Měřilo se na frekvencích 18 GHz a 38 GHz. V prvním případě byl použit jako vysílací anténa vlnovod R220 a přijímací anténa trychtýř. V druhém případě bylo použito jako vysílací anténa otevřené ústí vlnovodu R320. Jako přijímač byl použit spektrální analyzátor s automatickým načítáním hodnot do počítače. Uspořádání měření je na obr. 3.5. Obě antény jsou namířeny na vrchol klínu. Točna spolu s vysílací anténou se otáčí s krokem 0,5 stupně, přijímací anténa je pevně umístěná. Tím je dosaženo uspořádání, kdy je klín ozařován stále pod stejným úhlem a měří se přijímaný výkon v závislosti na úhlu přijímací antény vůči klínu, jak je znázorněno na obr. 2.1.



Obr. 3.3 Vodivý klín



Obr. 3.4 Dielektrický klín – tvárnice



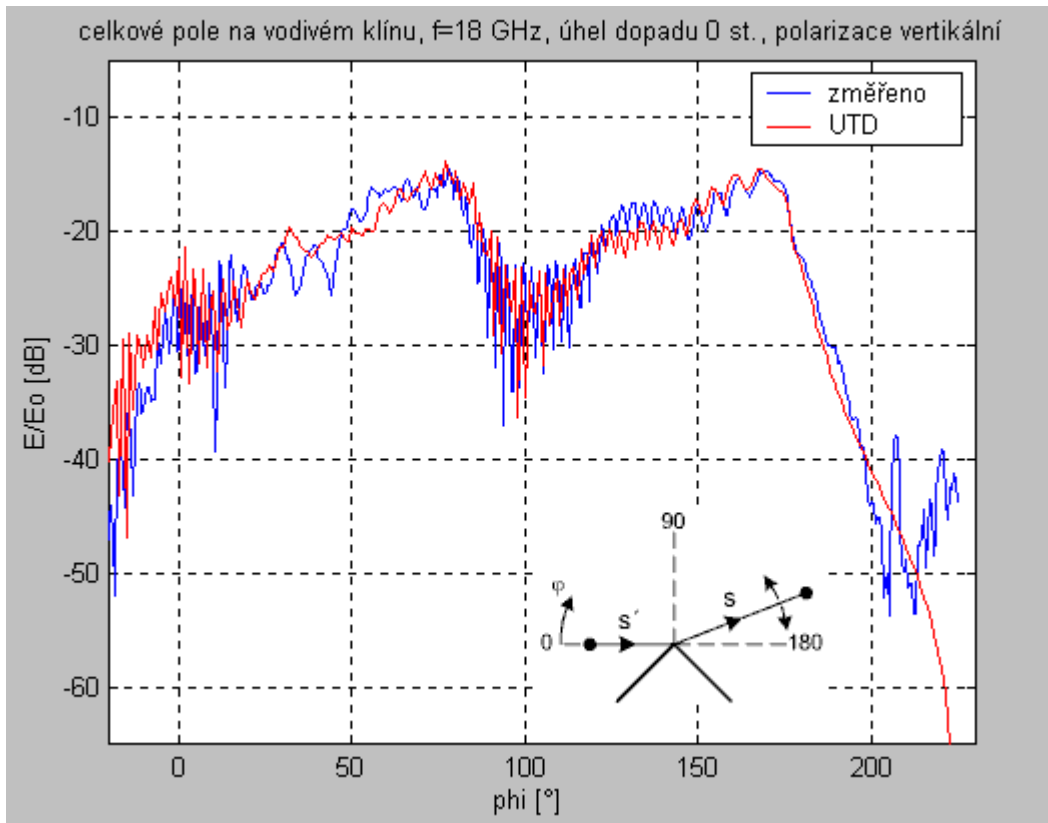
Obr. 3.5 Schéma měření v bezodrazové komoře – pohled shora

3.3 Naměřené hodnoty a porovnání s výpočtem

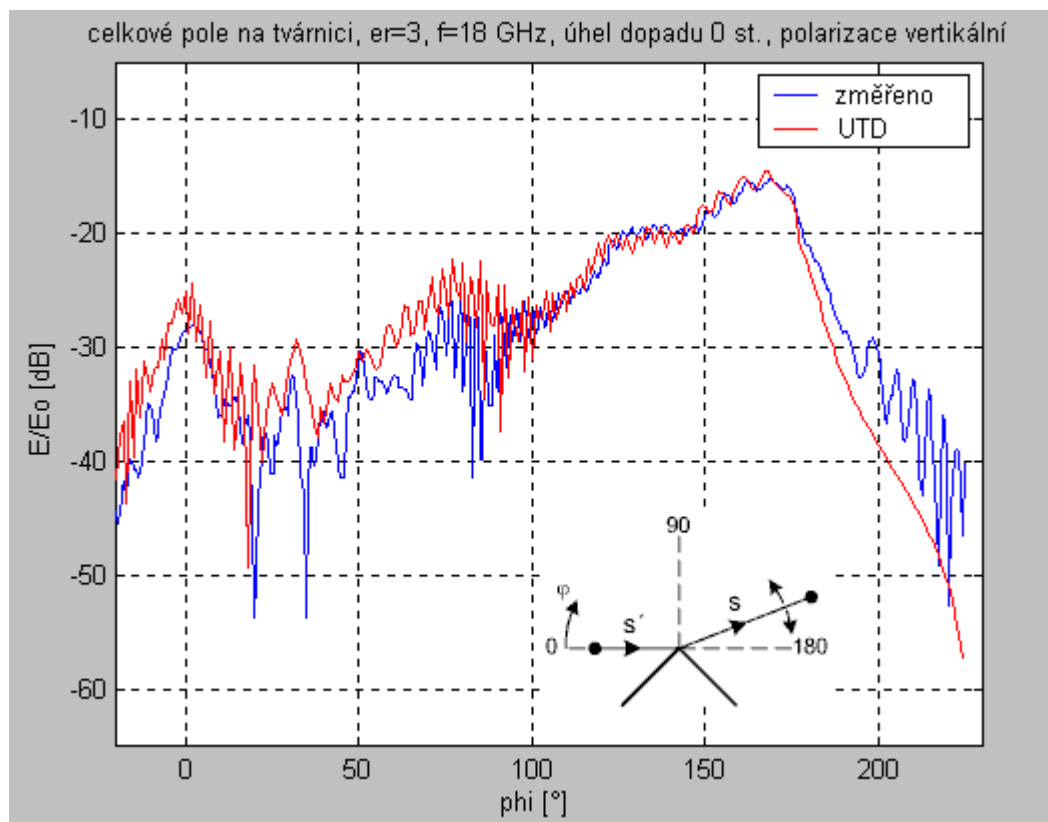
Na obr. 3.6 je průběh naměřených a vypočtených hodnot při frekvenci 18 GHz, úhlu dopadu 0 stupňů a vertikální polarizaci pro vodivý klín.

Průběh má maxima poblíž 90 a 180 stupňů, podobně jako na obr. 2.3. Na obr. 3.7 je průběh naměřených a vypočtených hodnot při frekvenci 18 GHz, úhlu dopadu 0 stupňů a vertikální polarizaci pro tvárnici s relativní permitivitou 3. Tato hodnota permitivity byla pro výpočet zvolena porovnáním naměřeného průběhu s výpočtem pro několik hodnot ϵ_r , obr. 3.8.

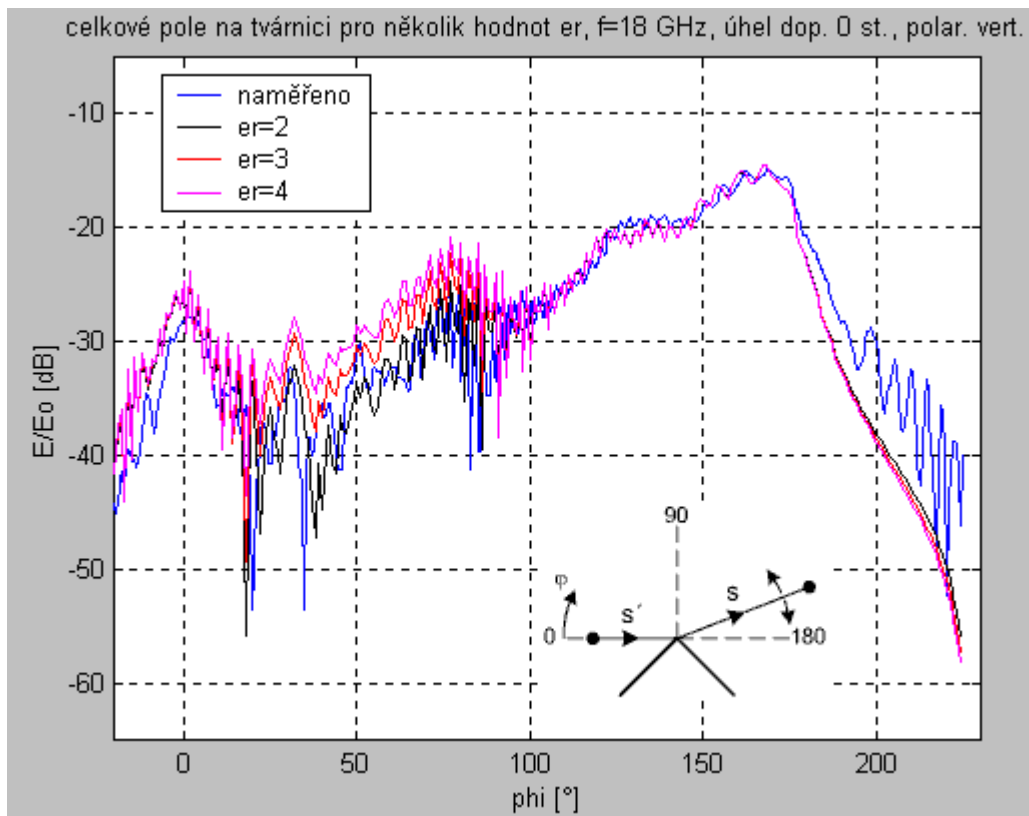
Z porovnání s obr. 3.6 je vidět, že průběh pole na tvárnici má pro daný úhel dopadu výrazné maximum pouze v okolí 180 stupňů. Maximum v okolí 90 stupňů je potlačeno kvůli menšímu odrazu než v případě vodivého klínu. Maximum na 0 stupních je způsobeno zadním lalokem ve vyzařovací charakteristice vysílací antény.



Obr. 3.6 Porovnání naměřených a vypočítaných hodnot pro vodivý klín



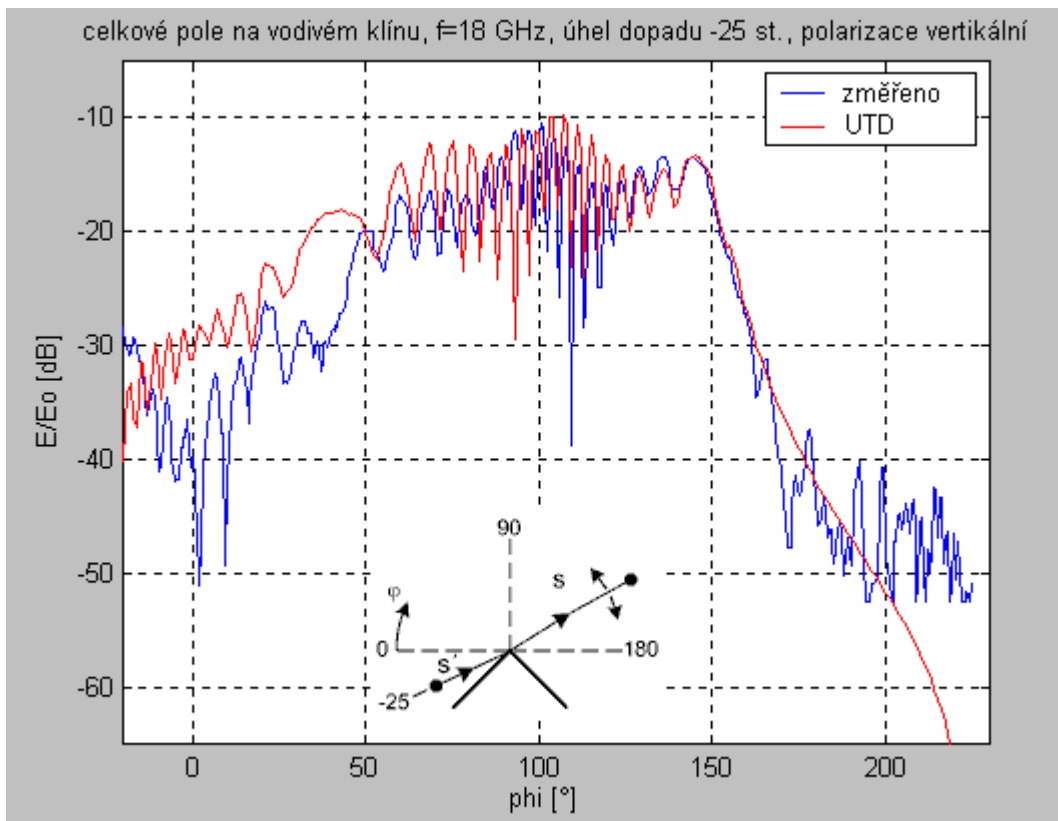
Obr. 3.7 Porovnání naměřených a vypočítaných hodnot pro dielektrický klín



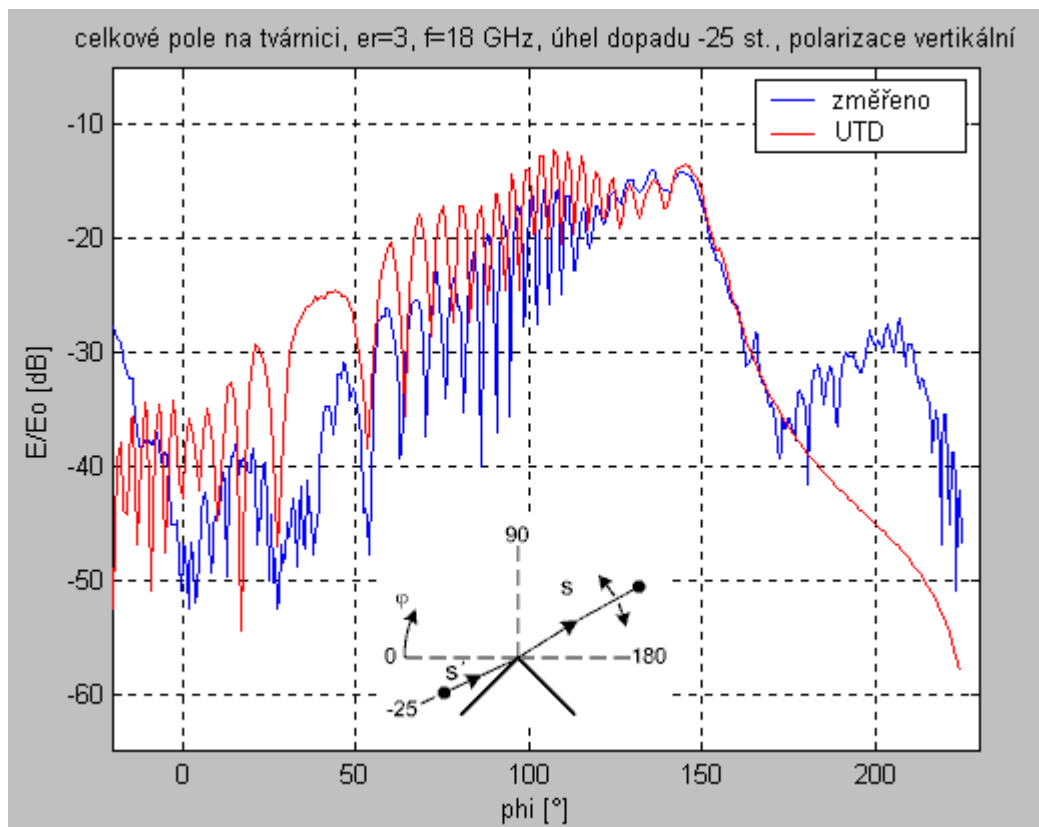
Obr. 3.8 Porovnání pro několik hodnot permitivity

Na obr. 3.9 je průběh naměřených a vypočtených hodnot při frekvenci 18 GHz, úhlu dopadu -25 stupňů a vertikální polarizaci pro vodivý klín. Při úhlu dopadu $\alpha = -25$ stupňů se rozhraní odrazu a stínu nachází v úhlech φ rovných 115 a 155 stupňům, kde jsou maxima difraktovaného pole a v okolí těchto úhlů jsou i maxima celkového pole. Změřené a vypočítané průběhy na obr 3.9 a 3.10 se pro úhly φ menší než 115 stupňů poněkud liší. To je způsobeno tím, že pro daný úhel dopadu je vzdálenost vysílací antény od překážky hodně malá a tím vypočítaná odražená složka pole, která je v této oblasti úhlů dominantní, není spočítána zcela přesně. Pro hodnoty úhlů φ větších než 115 stupňů, kde se odražená složka neuplatní, se změřené a vypočítané hodnoty poměrně dobře shodují.

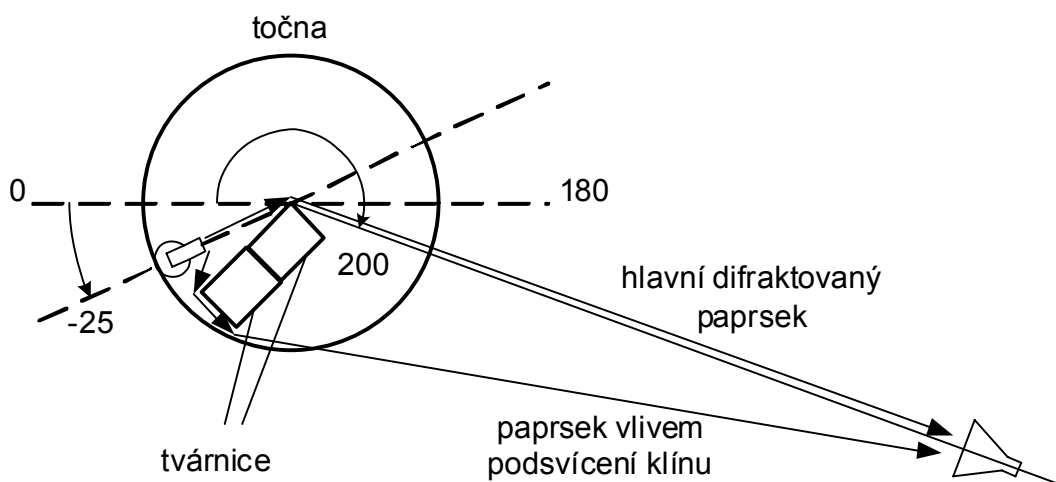
Maximum ve změřené charakteristice pro úhel $\varphi = 200$ stupňů na obr. 3.10 je způsobeno tím, že překážka vytvořená z tvárnice není dost rozlehlá a dochází k podsvěcování přes druhý roh klínu, jak ukazuje obr. 3.11.



Obr. 3.9 Porovnání naměřených a vypočítaných hodnot pro vodivý klín

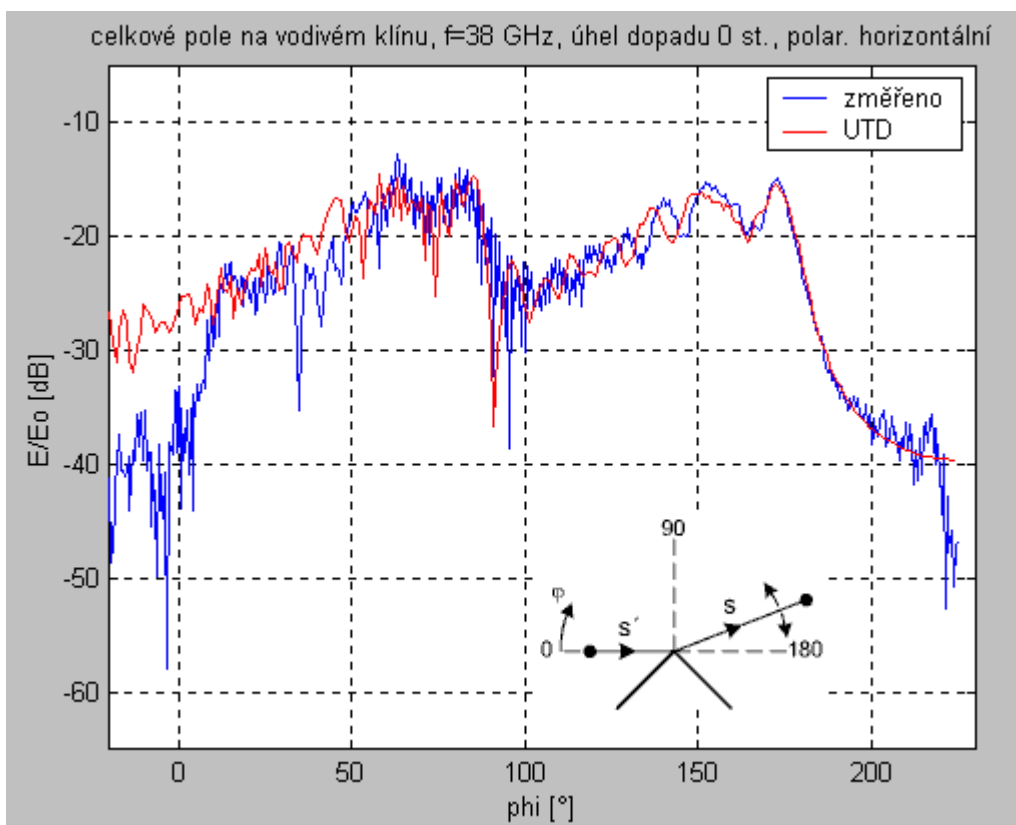


Obr. 3.10 Porovnání naměřených a vypočítaných hodnot pro dielektrický klín

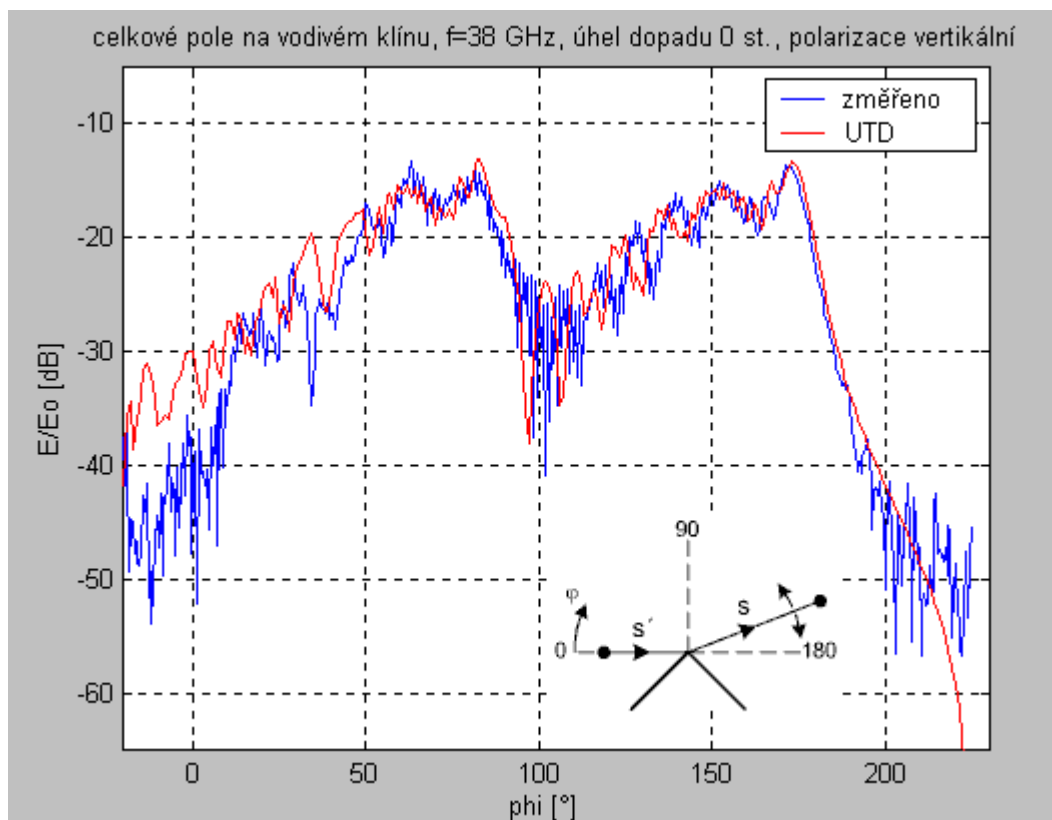


Obr. 3.11 Vliv podsvícení překážky

Na obr. 3.12 a 3.13 jsou průběhy naměřených a vypočtených hodnot při frekvenci 38 GHz, úhlu dopadu 0 stupňů a horizontální a vertikální polarizaci pro vodivý klín. Pro malé úhly φ se naměřené a vypočítané hodnoty opět liší z důvodů malé vzdálenosti vysílací antény od překážky.



Obr. 3.12 Porovnání naměřených a vypočítaných hodnot pro vodivý klín



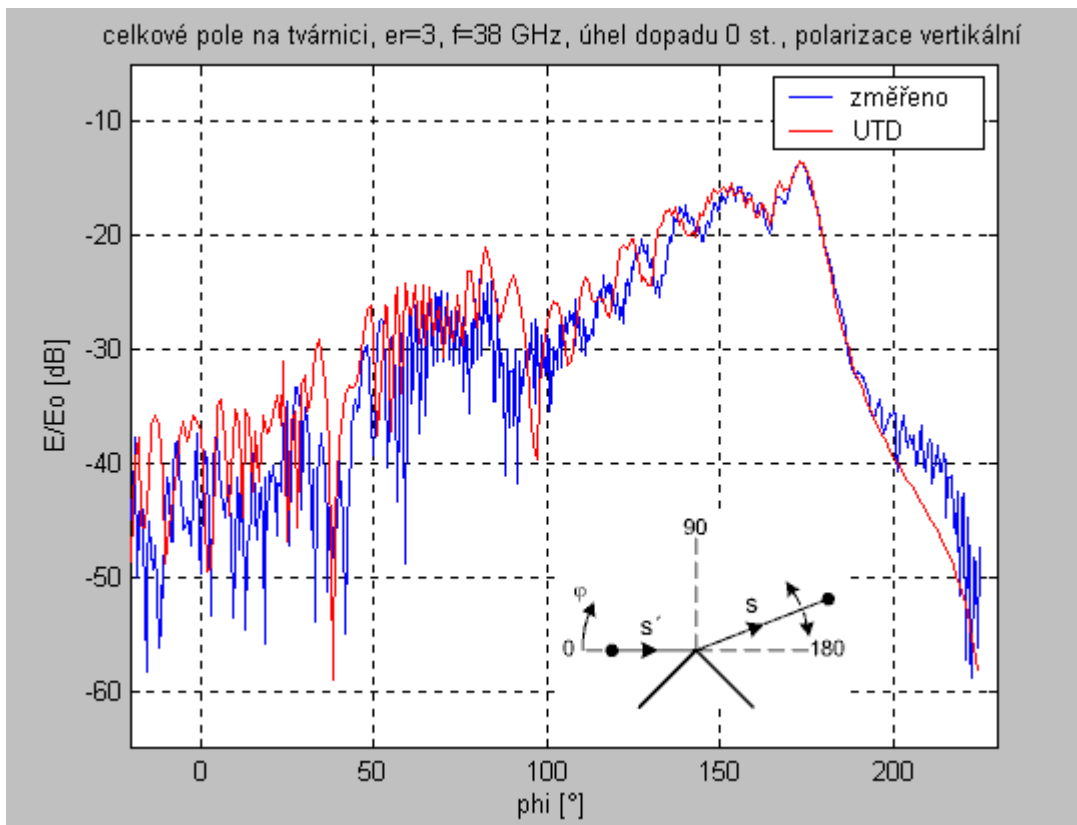
Obr. 3.13 Porovnání naměřených a vypočítaných hodnot pro vodivý klín

Na obr. 3.14 je průběh naměřených a vypočtených hodnot při frekvenci 38 GHz, úhlu dopadu 0 stupňů a vertikální polarizaci pro tvárnici.

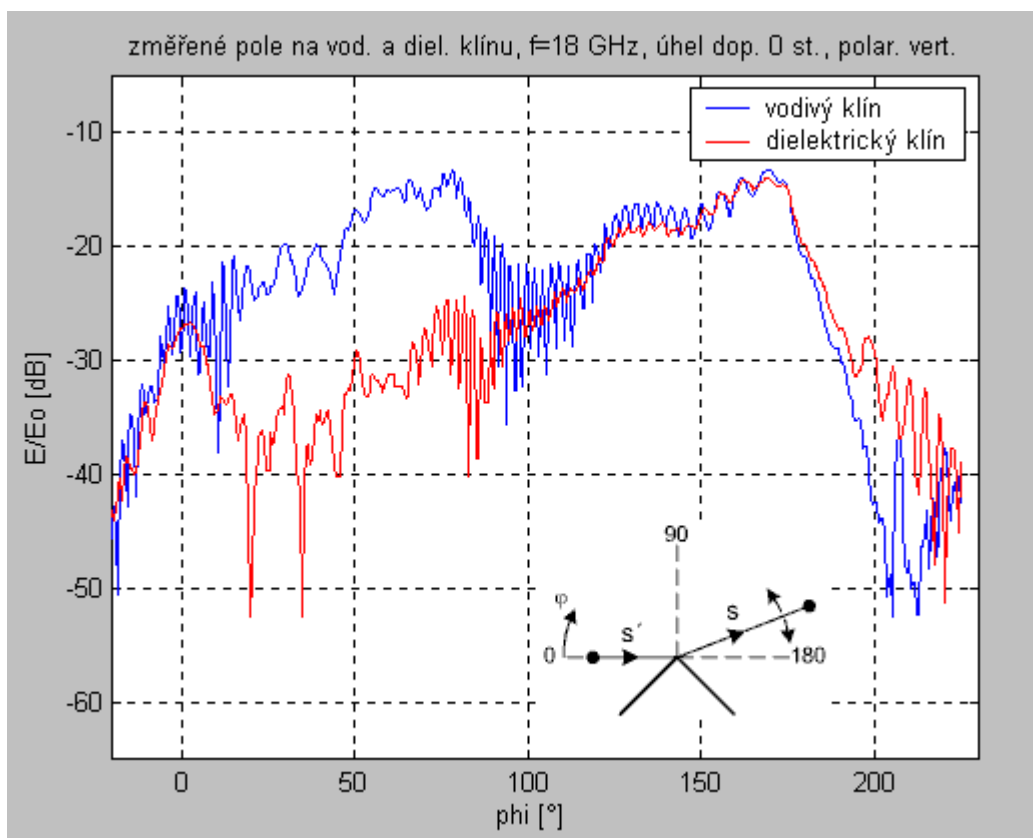
Průběhy na obr. 3.15 a 3.16 ukazují naměřené hodnoty pro vodivý a dielektrický klín na frekvenci 18 a 38 GHz. Z průběhů je vidět, že naměřená hodnota pole v okolí 180 stupňů se pro oba typy překážek neliší a pro úhly větší než 190 stupňů je úroveň přijatého pole pro vodivý klín o něco menší. To souhlasí s teoretickým výpočtem na obr. 2.6.

Na obr. 3.17 jsou průběhy naměřených a vypočtených hodnot při frekvenci 38 GHz, úhlu dopadu -25 stupňů a vertikální polarizaci pro vodivý klín. Naměřené a vypočítané hodnoty se pro oblast dominantní odražené složky pole pro ϕ do 115 stupňů opět liší. Pro větší úhly se hodnoty shodují.

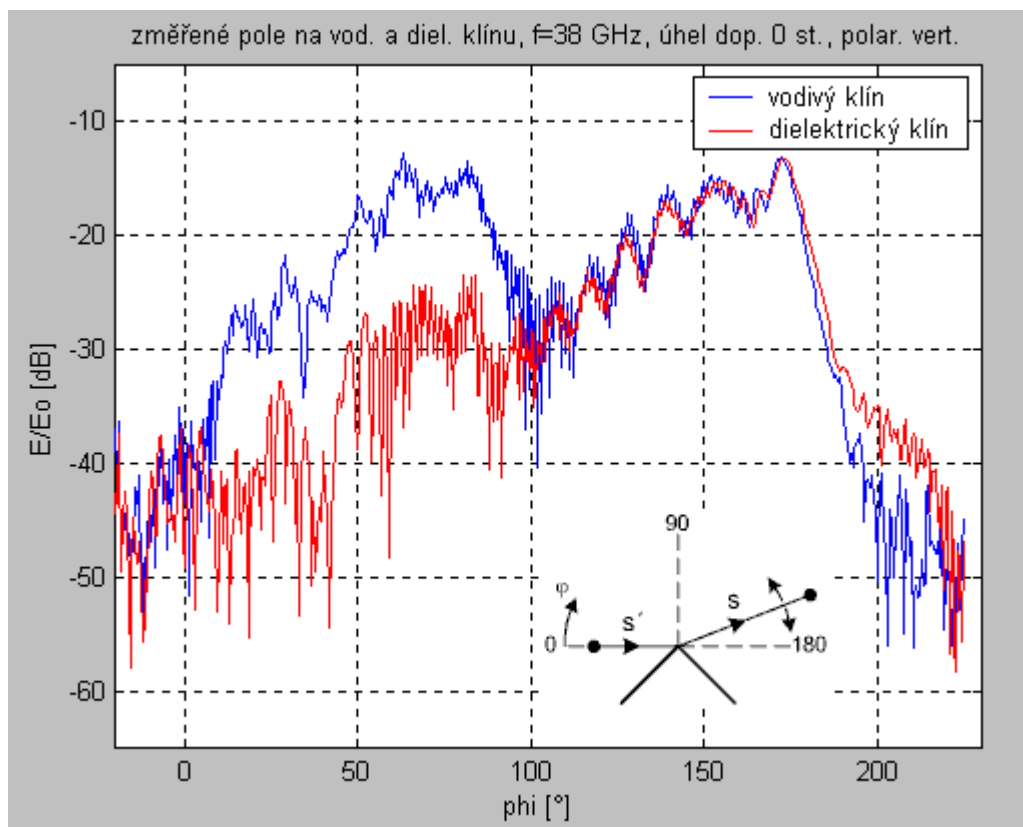
Obr. 3.18 zobrazuje průběhy na tvárnici pro frekvenci 38 GHz, úhel dopadu -25 stupňů a vertikální polarizaci. Maximum změřené charakteristiky pro $\phi = 200$ stupňů je opět způsoben podsvícením překážky, jak je naznačeno na obr. 3.11.



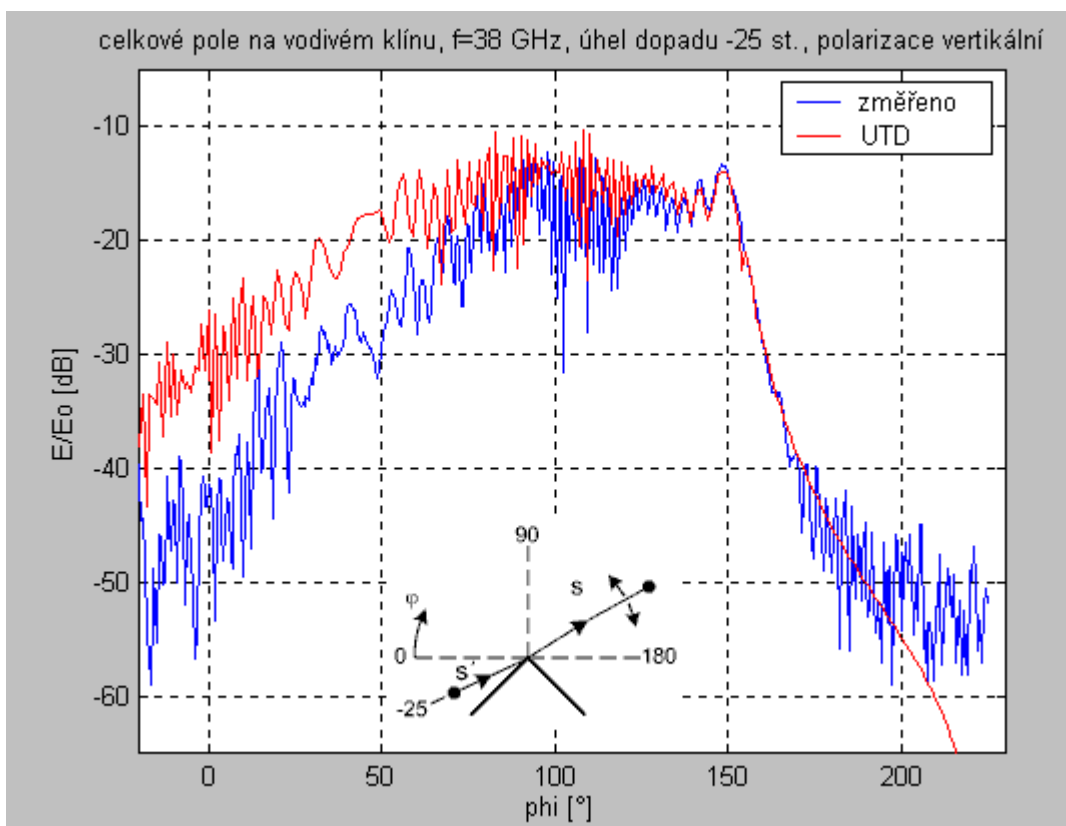
Obr. 3.14 Porovnání naměřených a vypočítaných hodnot pro dielektrický klín



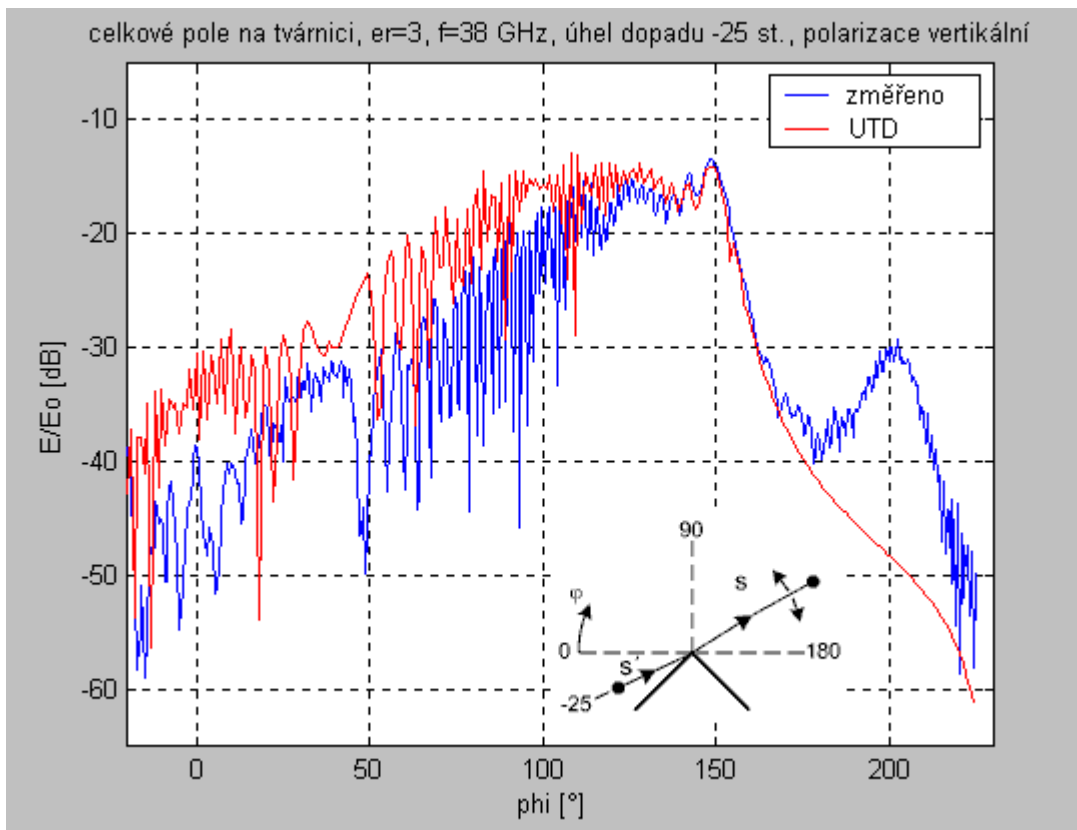
Obr. 3.15 Porovnání naměřených průběhů pro vodivý a dielektrický klín, 18 GHz



Obr. 3.16 Porovnání naměřených průběhů pro vodivý a dielektrický klín, 38 GHz



Obr. 3.17 Porovnání naměřených a vypočítaných hodnot pro vodivý klín



Obr. 3.18 Porovnání naměřených a vypočítaných hodnot pro dielektrický klín

Závěr

V jazyce Matlab byl vytvořen program na výpočet pole v okolí překážky ve tvaru klínu. Program pracuje podle metod Geometrické a Uniformní teorie difrakce. Překážka může být buď vodivá nebo dielektrická.

Teoreticky vypočítané a naměřené hodnoty ukazují celkem dobrou shodu a výsledky výpočtu podle Uniformní geometrické teorie difrakce mohou být použity např. v modelech šíření signálu v zástavbě.

Z vypočtených i naměřených hodnot je vidět, že celkové pole v okolí rozhraní stínu a dál v oblasti stínu za překážkou je do značné míry stejné jak pro vodivou překážku, tak pro dielektrickou překážku – tvárnici. Při výpočtu difrakce na dielektrickém klínu nebyla známa hodnota jeho permitivity a porovnával se průběh naměřeného pole v okolí klínu s teoreticky vypočítanými průběhy pro několik zvolených hodnot permitivity. Permitivita překážky byla stanovena podle teoreticky vypočteného průběhu, který se nejvíce podobal průběhu naměřenému.

Program na výpočet difrakce se dá dále upravit např. přidáním funkcí pro výpočet difraktovaného pole dielektrického klínu podle dalších variant Uniformní geometrické teorie difrakce.

Literatura

- [1] Keller J. B., Geometrical theory of diffraction, J. Opt. Soc. of America, vol. 52, 116-130, 1962
- [2] Catedra, M. F, Perez-Arriaga J., Cell planning for wireless communications, Artech House, 1999
- [3] Keller J. B., Diffraction by an Aperture, J. Appl. Physics, vol. 28, 426-444, 1957
- [4] Kouyoumjian R., G., Pathak, P., H., A Uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface, Proc. IEEE, vol. 62, 1974
- [5] Rektorys K., Přehled užití matematiky, Prometheus, 2000, díl I
- [6] Luebbers R. J., Finite Conductivity Uniform GTD Versus Knife Edge Diffraction in Prediction of Propagation Path Loss, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. ap-32, No. 1 , January 1984
- [7] Jordan E. C., Balmain K. G., Electromagnetic waves and radiating systems, Prentice-Hall Inc., 1968
- [8] Sommerfeld A., Optics, Academic Press Inc., 1954
- [9] Orfanidis S., J., Electromagnetic Waves and Antennas, www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa
- [10] Kupčák D, Antény radiolokátorů pro řízení letového provozu, díl I: Teoretické základy šíření a vyzářování elektromagnetických vln, Pardubice 1986
- [11] Bertoni H. L., Radio Propagation for Modern Wireless Systems, Prentice Hall Inc., 2000

Přílohy

A. Odvození vztahu pro difrakci na ostrém břítu

Celková intenzita v bodě R je součtem příspěvků od elementů du vlnoplochy je

$$dE = \frac{e^{-jkr} du}{r} \quad (\text{A.1})$$

kde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ je vlnové číslo, r je vzdálenost na obr.1.5 pro kterou při uvážení, že $d_1\alpha = u$ platí podle kosinové věty:

$$\begin{aligned} r^2 &= (d_1 + d_2)^2 + d_1^2 - 2d_1(d_1 + d_2) \cos \frac{u}{d_1} \\ &\approx (d_1 + d_2)^2 + d_1^2 - 2d_1(d_1 + d_2) \left(1 - \frac{u^2}{2d_1^2}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

kde byla provedena úprava členu $\cos \frac{u}{d_1}$ podle Taylorovy věty. Po úpravě vyjde

$$r^2 \approx d_2^2 + u^2 \frac{d_1 + d_2}{d_1} \approx (d_2 + \delta)^2 \quad (\text{A.3})$$

zanedbáním δ^2 , potom

$$2d_2\delta = u^2 \frac{d_1 + d_2}{d_1} \Rightarrow \delta = u^2 \frac{d_1 + d_2}{2d_1d_2} \quad (\text{A.4})$$

příspěvek v bodě R od části vlnoplochy bude

$$E = \frac{e^{-jkd_2}}{d_2} \int_{u_0}^{u_1} e^{-jk\delta} du \quad (\text{A.5})$$

kde se uvažuje, že δ má vliv na fázi příspěvku a ne na jeho velikost. Úpravou

$$k\delta = \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \right) u^2 = \frac{\pi}{2} v^2 \Rightarrow v = u \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} \quad (\text{A.6})$$

je možné přepsat (A.5) do tvaru

$$E = K \int_{v_0}^{v_1} e^{-j(\pi/2)v^2} dv = K \left(\int_{v_0}^{v_1} \cos \frac{\pi}{2} v^2 dv - j \int_{v_0}^{v_1} \sin \frac{\pi}{2} v^2 dv \right) \quad (\text{A.7})$$

Protože v je úměrné u a nepřímo úměrné odmocnině z λ , která se uvažuje malá, platí, že $v_1 \rightarrow \infty$. Integrály v (A.7) jsou tzv. kosinový a sinový Fresnelův integrál.

$$FrC(v) = \int_0^v \cos \frac{\pi}{2} v^2 dv \quad FrS(v) = \int_0^v \sin \frac{\pi}{2} v^2 dv \quad (\text{A.8})$$

platí

$$FrC(\infty) = \frac{1}{2} \quad FrC(-\infty) = -\frac{1}{2} \quad FrS(\infty) = \frac{1}{2} \quad FrS(-\infty) = -\frac{1}{2} \quad (\text{A.9})$$

Pokud se bude uvažovat, že překážka má nulovou výšku, neboli že u_0 má velkou zápornou hodnotu, neboli, že $v_1 \rightarrow -\infty$ pak při neuvažování ztrát vlivem šíření je amplituda intenzity v bodě R stejná jako v bodě T

$$E = K \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\pi/2)v^2} dv = E_0 \quad (\text{A.10})$$

odtud s využitím $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_0^{\infty} f(x) dx - \int_0^{-\infty} f(x) dx$ a (A.9) vyjde

$$E = K \left\{ \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2} \right) - j \left[\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2} \right) \right] \right\} = K(1 - j) = E_0 \quad (\text{A.11})$$

takže

$$K = \frac{E_0}{1 - j} = \frac{E_0}{2} (1 + j) \quad (\text{A.12})$$

čili výsledná amplituda intenzity E bez uvažování ztrát šířením v bodě R je

$$E = \frac{E_0}{2}(1 + j) \int_{v_0}^{\infty} e^{-j(\pi/2)v^2} dv \quad (\text{A.13})$$

kde $v_0 = u_0 \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}}$. Výpočet platí pro $d_1, d_2 \gg u_0$, $d_1, d_2 \gg \lambda$.

B. Odvození vztahů pro vlnoplochu a paprsek

Uniformní rovinná vlna v bezztrátovém izotropním prostředí je dána vektory \mathbf{E} a \mathbf{H} :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-jn k_0 \hat{\mathbf{k}} \mathbf{r}} \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 e^{-jn k_0 \hat{\mathbf{k}} \mathbf{r}} \quad \hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{E}_0 = 0 \quad \mathbf{H}_0 = \frac{n}{\eta_0} \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}_0 \quad (\text{B.1})$$

kde $n k_0 \hat{\mathbf{k}} = k \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}$, $k_0 = 2\pi/\lambda$ je vlnové číslo, $n = \sqrt{\mu\epsilon/\mu_0\epsilon_0}$ je index lomu prostředí, $\hat{\mathbf{k}}$ je jednotkový vektor ve směru šíření a η_0 je impedance volného prostředí. Vlnoplocha je definována vztahem $S(\mathbf{r}) = konst.$, kde $S(\mathbf{r}) = n \hat{\mathbf{k}} \mathbf{r}$. Normála vlnoplochy má směr paprsku. V nehomogenním prostředí je index lomu závislý na místě v prostoru, dráhy paprsků se zakřivují a rovnice (B.1) mají tvar:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-jk_0 S(\mathbf{r})} \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 e^{-jk_0 S(\mathbf{r})} \quad (\text{B.2})$$

Pro harmonický průběh intenzit mají Maxwellovy rovnice tvar:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad \nabla \times \mathbf{H} = j\omega\mu\mathbf{E} \quad (\text{B.3})$$

Po dosazení (B.2) do (B.3)

$$\nabla \times \mathbf{E} = e^{-jk_0 S} (\nabla \times \mathbf{E}_0 - jk_0 \nabla S \times \mathbf{E}_0) = -j\omega\mu\mathbf{H}_0 e^{-jk_0 S} \quad (\text{B.4 a})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = e^{-jk_0 S} (\nabla \times \mathbf{H}_0 - jk_0 \nabla S \times \mathbf{H}_0) = j\omega\epsilon\mathbf{E}_0 e^{-jk_0 S} \quad (\text{B.4 b})$$

Pro malé vlnové délky, čili velké k_0 a pro pomalu se měnící \mathbf{E}_0 a \mathbf{H}_0 vzhledem k \mathbf{r} platí $|\nabla \times \mathbf{E}_0| \ll |k_0 \nabla S \times \mathbf{E}_0|$, stejně tak pro \mathbf{H}_0 , takže výraz $\nabla \times \mathbf{E}_0$ v závorce u (B.4 a) je možné zanedbat. To samé platí pro $\nabla \times \mathbf{H}_0$ v (B.4 b) a po vykrácení členu $e^{-jk_0 S}$ mají rovnice (B.4 a, b) tvar:

$$k_0 \nabla S \times \mathbf{E}_0 = \omega \mu \mathbf{H}_0, \quad \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \nabla S \times \mathbf{E}_0 = \mu \mathbf{H}_0 \quad (\text{B.5 a})$$

$$k_0 \nabla S \times \mathbf{H}_0 = -\omega \varepsilon \mathbf{E}_0, \quad \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \nabla S \times \mathbf{H}_0 = -\varepsilon \mathbf{E}_0 \quad (\text{B.5 b})$$

z (B.5 a) a se vyjádří \mathbf{H}_0 :

$$\mathbf{H}_0 = \frac{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}{\mu} \nabla S \times \mathbf{E}_0 \quad (\text{B.6})$$

a dosadí se do (B.5 b):

$$\nabla S \times (\nabla S \times \mathbf{E}_0) = -n^2 \mathbf{E}_0 \quad (\text{B.7})$$

s využitím vektorové identity $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$ se (B.7) upraví na:

$$(\nabla S \cdot \mathbf{E}_0) \cdot \nabla S - (\nabla S \cdot \nabla S) \cdot \mathbf{E}_0 = -n^2 \mathbf{E}_0 \quad (\text{B.8})$$

Z (B.5) je vidět, že vektory \mathbf{E}_0 , \mathbf{H}_0 , ∇S jsou na sebe navzájem kolmé, proto platí $\nabla S \cdot \mathbf{E}_0 = 0$

a (B.8) přejde na:

$$|\nabla S|^2 \cdot \mathbf{E}_0 = n^2 \mathbf{E}_0, \quad |\nabla S|^2 = n^2 \quad (\text{B.9})$$

Rovnice (B.9) se nazývá rovnicí eikonály a určuje eikonálu - funkci $S(\mathbf{r})$, která definuje plochu konstantní fáze, neboli vlnoplochu. Z porovnání (B.1) a (B.6) je vidět:

$$\frac{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}{\mu} \nabla S = \frac{n}{\eta_0} \hat{\mathbf{k}} \quad (\text{B.10})$$

a odtud

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{1}{n} \nabla S \quad (\text{B.11})$$

Paprsky jsou kolmice k ploše konstantní fáze a mají směr ∇S . Vlnoplochy a paprsky jsou zobrazeny na obr. 1.7. Protože \mathbf{E}_0 a \mathbf{H}_0 jsou kolmé na ∇S , má ∇S směr Poyntingova vektoru a tím směr toku energie.

Z obr. 1.7 je vidět, že pokud se dráha paprsku zvětší o dl , tak se paprsek posune o $d\mathbf{r}$ ve směru vektoru $\hat{\mathbf{k}}$. Potom je možné psát

$$d\mathbf{r} = dl \cdot \hat{\mathbf{k}} \Rightarrow \frac{d\mathbf{r}}{dl} = \hat{\mathbf{k}} \quad (\text{B.12})$$

a odtud s využitím (B.11):

$$\frac{d\mathbf{r}}{dl} = \frac{1}{n} \nabla S, \quad n \frac{d\mathbf{r}}{dl} = \nabla S \quad (\text{B.13})$$

což je rovnice definující paprsek pomocí gradientu funkce určující vlnoplochu.

C. Popis programu

Program na výpočet rozložení intenzity E v okolí překážky ve tvaru klínu využívá k výpočtu principy Geometrické a Uniformní teorie difrakce popsané v kapitole 1.5 a 1.6. Program se skládá z následujících souborů :

`difrakce.m` - hlavní program, zadávají se v něm vstupní hodnoty, načítají se vyzařovací charakteristiky antén, volají se funkce na výpočet přímé, odražené a difraktované složky pole a zobrazuje se výsledek výpočtu do grafu.

`Ed.m` – počítá difraktovanou složku pole metodou UTD

`EGd.m` – počítá difraktovanou složku pole metodou GTD

`Ei.m` – počítá přímou složku pole

`Er.m` – počítá odraženou složku pole

`D.m` – počítá difrakční koeficient

`F.m` – počítá přechodovou funkci

`F1.m` – vrací hodnotu vyzařovací charakteristiky vysílací antény

`F2.m` – vrací hodnotu vyzařovací charakteristiky přijímací antény

Soubor `plotdata.m`, který není přímo součástí programu, načítá naměřené hodnoty uložené v textovém souboru a zobrazuje je do grafu, aby bylo možné porovnat změřené a vypočítané průběhy.

Součástí zdrojového textu programu jsou i naměřené hodnoty uložené v souborech

`f18u0vbktp.txt`

`f18u25vbktp.txt`

`f38u0hbktp.txt`

`f38u0vbktp.txt`

`f38u25vbktp.txt`

např. jméno souboru `f38u0hbktp.txt` značí, že se jedná o hodnoty naměřené na frekvenci 38 GHz, pro úhel dopadu 0 stupňů a horizontální polarizaci. Každý z těchto souborů obsahuje čtyři dvojice sloupců dat, každá dvojice představuje sloupec úhlů ve stupních a sloupec naměřených hodnot výkonu v dBm. První dvojice je sloupec úhlů a hodnot pro měření bez překážky, čili představuje vyzařovací charakteristiku vysílací antény s maximem na 180 nebo 155 stupních, v závislosti na úhlu dopadu, druhá dvojice jsou úhly a naměřené hodnoty pro vodivý klín, třetí dvojice jsou úhly a naměřené hodnoty pro dielektrický klín - tvárnici a čtvrtá dvojice jsou úhly a odpovídající hodnoty vyzařovací charakteristiky přijímací antény s maximem na 0 stupních.

Funkce Ed.m má následující tvar:

```
function [valueEd] = Ed(E0, alfa, theta, rv, rm, uhel, lam, pol, er)
    k=2*pi/lam;
    O_=alfa+pi/2-uhel/2;
    O=theta+pi/2-uhel/2;
    s=rm;
    s_=rv;
    A=sqrt(s_/(s*(s_+s))); % utlum sirenim od vrcholu klinu k bodu mereni
    Av=1/s_; % utlum sirenim od bodu zdroje k vrcholu klinu
    E=E0*Av*exp(-i*k*s_)*D(lam, s, s_, O, O_, uhel, pol, er)*A*exp(-i*k*s);
    valueEd=E;
```

E_0 v parametru funkce je velikost intenzity v bodě vysílače, α je úhel dopadu α na obr. 2.1, θ je úhel měření na obr. 2.1 označený jako φ . r_v a r_m jsou vzdálenosti vysílače a přijímače od vrcholu klínu na obr. 2.1 označené jako s' a s . u_{hel} je velikost úhlu klínu, λ je vlnová délka, pol je polarizace podle obr. 2.2 (0 vertikální, 1 horizontální). ϵ_r je komplexní hodnota permitivity klínu, pokud $\epsilon_r=0$, uvažuje se klín jako vodivý. Útlum šířením A se počítá podle (1.23), útlum A_v podle 1.17. Intenzita E se počítá podle (1.10). k je vlnové číslo, o a o_+ jsou úhly Φ a Φ' z obr. 1.15.

Funkce EGd.m má tvar:

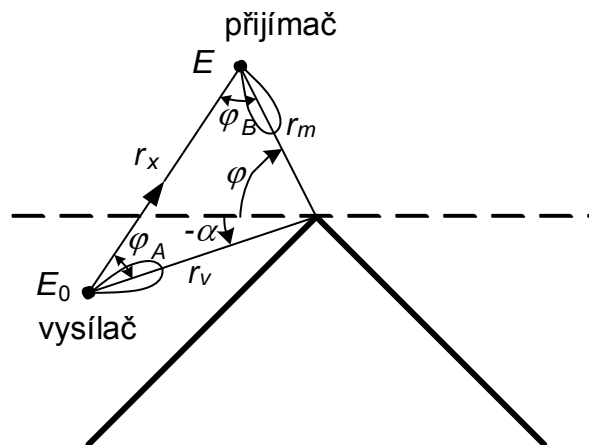
```
function [valueEGd] = EGd(E0, alfa, theta, rv, rm, uhel, lam, pol)
    k=2*pi/lam;
    n=2-uhel/pi;
    O_=alfa+pi/2-uhel/2;
    O=theta+pi/2-uhel/2;
    De=(exp(-i*(pi/4))*sin(pi/n))/(n*sqrt(2*pi*k));
    D1=1/(cos(pi/n)-cos((theta-alfa)/n));
    D2=1/(cos(pi/n)-cos((theta+alfa+pi-uhel)/n));
    if pol==0
        D=De*(D1-D2);
    else
        D=De*(D1+D2);
    end;
    Av=1/rv; % ztraty sirenim od bodu zdroje k vrcholu klinu
    A=(rm*(1+rm*(1/rv)))^(-0.5); % ztraty od vrcholu klinu k bodu mereni
    E=E0*Av*exp(-i*k*rv)*D*A*exp(-i*k*rm);
    valueEGd=E;
```

Jediný rozdíl oproti Ed.m je, že v EGd.m se přímo počítá difrakční koeficient D podle (1.24).

Funkce `Ei.m` počítá přímo dopadající složku:

```
function [valueEi] = Ei(E0, alfa, theta, rv, rm, lam, er, vyschar, prijchar)
k=2*pi/lam;
if theta<(alfa+pi)
Phi=theta-alfa;
rx=sqrt(rv^2+rm^2-2*rv*rm*cos(Phi));
PhiA=acos((rv^2+rx^2-rm^2)/(2*rv*rx));
PhiB=acos((rm^2+rx^2-rv^2)/(2*rm*rx));
Av=1/rx; % ztraty sirenim od vysilace k prijimaci
E=E0*Av*exp(-i*k*rx)*F1(PhiA,vyschar)*F2(PhiB,prijchar);
else
E=0;
end
valueEi=E;
```

Výpočet objasňuje obr. C.1. K výpočtu je potřeba znát vzdálenost r_x a úhly φ_A a φ_B .



Obr. C.1 Přímě dopadající pole

Podle kosinové věty:

$$r_x^2 = r_v^2 + r_m^2 - 2r_v r_m \cos(\varphi - \alpha)$$

podobně

$$r_m^2 = r_v^2 + r_x^2 - 2r_v r_x \cos(\varphi_A)$$

$$r_v^2 = r_m^2 + r_x^2 - 2r_m r_x \cos(\varphi_B)$$

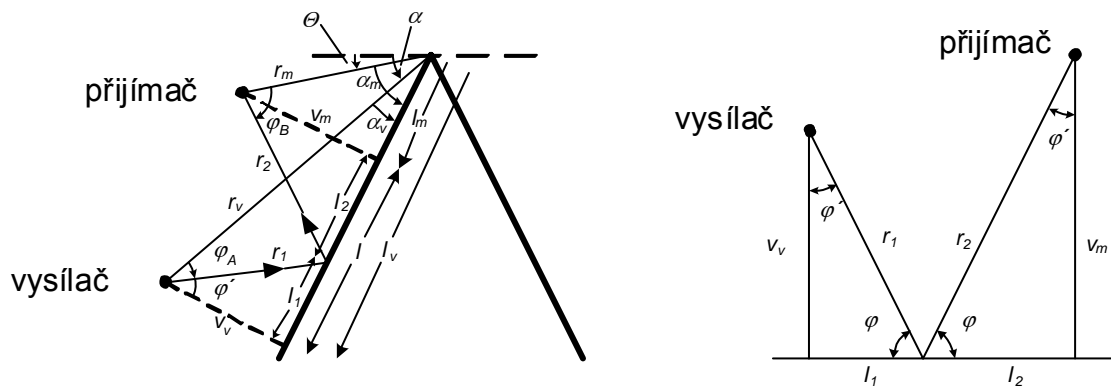
funkce `F1` a `F2` vrací hodnotu vyzařovací charakteristiky vysílací a přijímací antény v závislosti na úhlech PhiA a PhiB , na obr C.1 označených jako φ_A a φ_B .

Funkce `Er.m` počítá odraženou složku:

```
function [valueEr] = Er(E0, alfa, theta, uhel, rv, rm, lam, pol, er,
vyschar, prijchar)

k=2*pi/lam;
if theta <(uhel-alfa)
    alfav=pi/2-uhel/2+alfa;
    alfam=pi/2-uhel/2+theta;
    lv=rv*cos(alfav);
    lm=rm*cos(alfam);
    vv=rv*sin(alfav);
    vm=rm*sin(alfam);
    l=abs(lv-lm);
    l2=l/(1+vv/vm);
    l1=l-l2;
    phi=atan(vm/l2);
    phi_=pi-pi/2-phi;
    r2=l2/cos(phi);
    r1=l1/cos(phi);
    if lm<=lv
        PhiA=phi-alfav;
        PhiB=pi-alfam-phi;
        PhiA*180/pi;
    else
        PhiA=pi-alfav-phi;
        PhiB=phi-alfam;
        PhiA*180/pi;
    end
end
if pol==0
    if er==0    % vodivy klin verlik.(TE) pol., R=-1
        R=-1;
    else R=(cos(pi/2-phi)-sqrt(er-(sin(pi/2-phi))^2))/...
        ... (cos(pi/2-phi)+sqrt(er-(sin(pi/2-phi))^2));
    end
else
    if er==0    % vodivy klin horizont.(TM) pol., R=1
        R=1;
    else R=(er*cos(pi/2-phi)-sqrt(er-(sin(pi/2-phi))^2))/...
        ... (er*cos(pi/2-phi)+sqrt(er-(sin(pi/2-phi))^2));
    end
end
end
Av=1/r1;
E=E0*Av*exp(-i*k*r1)*R*F1(PhiA,vyschar)*(r1/(r1+r2))*...
...exp(-i*k*r2)*F2(PhiB,prijchar);
valueEr=E;
else
    valueEr=0;
end
end
```

Výpočet objasňuje obr. C.2. K výpočtu je potřeba znát vzdálenosti r_1 a r_2 a úhly φ_A a φ_B .



Obr. C.2 Odražené pole

Funkce $D.m$ počítající difrakční parametr podle (1.25) a (1.42) má následující parametry:

```
function [valueD] = D(lam, s, s_, O, O_, uhel, pol, er)
```

Význam parametrů je stejný jako u popisu funkce $E_d.m$.

Funkce $F.m$ počítá přechodovou funkci F podle (1.26) pomocí Fresnelových integrálů v (1.34), nebo podle aproximačních vztahů (1.35):

```
function [valueF] = F(X)
% CX=1/2*mfun('FresnelC',sqrt(X)*2^(1/2)/pi^(1/2))*2^(1/2)*pi^(1/2);
% SX=1/2*mfun('FresnelS',sqrt(X)*2^(1/2)/pi^(1/2))*2^(1/2)*pi^(1/2);
% fint=(sqrt(2*pi)/4)-CX-(sqrt(2*pi)/4)*i+i*SX;
% valueF=2*i*sqrt(X)*exp(i*X)*fint;

if X<0.3
    valueF=(sqrt(pi*X)-2*X*exp(i*pi/4)-(2/3)*X^2*...
        ...exp(-i*pi/4))*exp(i*(pi/4+X));
elseif X<0.5
    valueF=0.5729+i*0.2677;
elseif X<0.7
    valueF=0.6768+i*0.2682;
elseif X<1.0
    valueF=0.7439+i*0.2549;
elseif X<1.5
    valueF=0.8095+i*0.2322;
elseif X<2.3
    valueF=0.8730+i*0.1982;
elseif X<4.0
    valueF=0.9240+i*0.1577;
elseif X<5.5
    valueF=0.9658+i*0.1073;
elseif X==5.5
    valueF=0.9797+i*0.0828;
else valueF=1+i/(2*X)-3/(4*X^2)-(i*15)/(8*X^3)+75/(16*X^4);
end
```

K výpočtu podle Fresnelových integrálů, který je v komentářích, je potřeba toolbox 'mfun' a výpočet trvá déle než podle aproximačních vztahů.